بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَٰنِ الرَّحِيمِ

عنوان : جزوه مکانیک کاربردی

استاد :

آقای نعمت الهی

(1)

سرفصل های استاتیک:

الف: تعادل   ب: عکس العمل تکیه گاه   ج) روش ترسیم آزاد نیروها

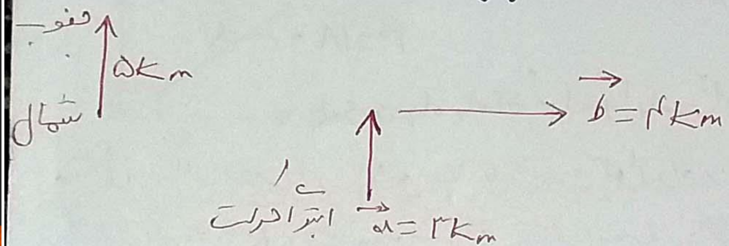
د: معادلات تعادل در صفحه   ه: مرکز ثقل   ز: گشتاور

ل: قیدها   ق: قابها   ک: خرپا

کلمه استاتیک: علمی است که از شرایط سکون و حرکت اجسام تحت اثر نیروهای وارده بحث میکند

انواع کمیت ها: ۱- کمیت عددی (اسکالر): کمیت هایی که فقط با یک عدد مشخص میشوند کمیت های عددی نامیده میشوند (مثل جرم، حجم، دما)

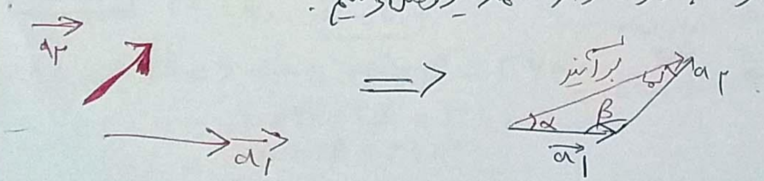
۲- کمیت های برداری: کمیت هایی هستند که علاوه بر اندازه دارای جهت نیز هستند مثل حرکت به اندازه 5Km از شمال به طرف جنوب - مثل وزن، نیرو



$$c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$$ میزان جابجایی

جمع (برآیند بردارها): روش های محاسبه برآیند بردارها: ۱- روش های هندسی

روش مثلث بردارها: در امتداد هم سر به سر وصل میکنیم.



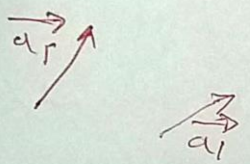
$$\cancel{\frac{d}{\sin\beta} = \frac{d_1}{\sin [illegible]} = \frac{d_2}{\sin\alpha}}$$

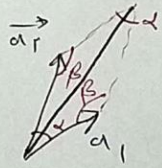
قانون کسینوسها: $d^2 = d_1^2 + d_2^2 + 2 d_1 d_2 \cos\alpha$

قانون سینوسها:

$$\frac{d}{\sin\beta} = \frac{d_1}{\sin [illegible]} = \frac{d_2}{\sin\alpha}$$

روش متوازی الاضلاع: یک نقطه را مبدأ قرار میدهیم و بعد خط ها را میکشیم





$$\alpha + \alpha + \beta + \beta = 360$$

$$2\alpha + 2\beta = 360 \Rightarrow 2(\alpha + \beta) = 360 \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{360}{2} = 180$$

$$\beta = 180 - \alpha$$

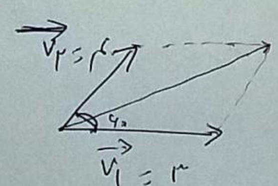
$$\vec{d} = \vec{d_1} + \vec{d_2} \Rightarrow d^2 = d_1^2 + d_2^2 + 2 d_1 d_2 \cos\alpha$$

مثال: اگر دو بردار V_1 و V_2 با ترتیب ۳ و ۴ واحد باشند و اندازه زاویه بین دو بردار ۶۰ درجه باشد مطلوب است اندازه بردار برآیند؟

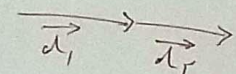
$$v^2 = v_1^2 + v_2^2 + 2 v_1 v_2 \cos\alpha$$

$$v^2 = 3^2 + 4^2 + 2(3)(4)\underbrace{\cos 60}_{\frac{1}{2}} \Rightarrow v^2 = 9 + 16 + 24 \times \frac{1}{2} \Rightarrow v^2 = 6{,}1$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{6{,}1} \Rightarrow \boxed{v = 2{,}46}$$



در حالتیکه بردارها هم راستا (موازی و هم جهت)

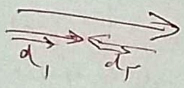


$\vec{d} = \vec{d_1} + \vec{d_2}$

d بردار برآیند

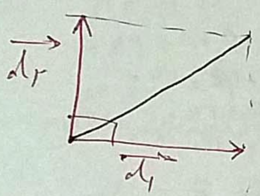
۱- در حالتیکه بردارها هم راستا (موازی و مختلف الجهت باشند)
جهتش را به سمت برداری که بزرگتر است

$\vec{d} = \vec{d_1} - \vec{d_2}$

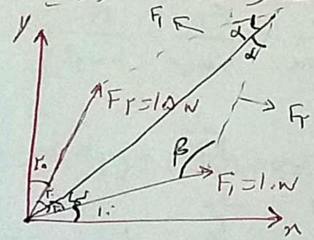


۳- در حالتیکه دو بردار بر هم عمود باشند

$\vec{d} = \vec{d_1}^2 + \vec{d_2}^2 \Rightarrow d = \sqrt{d_1^2 + d_2^2}$



مثال: مطلوب است محاسبه اندازه بردار برآیند در جهت و جهت آن (زاویه با محور افقی)



قانون کسینوسها: $R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha$

$R^2 = 10^2 + 15^2 + 2(10)(15)\underbrace{\cos 60}_{\frac{1}{2}}$

$R^2 = 475 \to R = \sqrt{475}$

$\Rightarrow \boxed{R = 21.8N}$

$90 - 30 = 60 \Rightarrow \boxed{\alpha = 60}$

در قانون متوازی الاضلاع α را ۶۰ درنظر گرفتیم ولی در قانون کسینوسها درشت
~~...~~ یک
این شکل را ما درنظر گرفتیم ۱۲۰ است.

طبق قانون متوازی الاضلاع $\Rightarrow \alpha + \alpha + \beta + \beta = 360$

$60 + 60 + 2\beta = 360$

$120 + 2\beta = 360$

$2\beta = 360 - 120$

$2\beta = 240$

$\beta = \frac{240}{2} \Rightarrow \boxed{\beta = 120}$

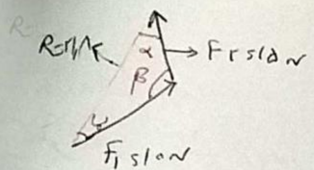
در حالت مثلث ۳ شود
$180 + 180 = 360$

بقیه پشت صفحه

(۲) = ?

مثلث : $\frac{F_2}{\sin\lambda} = \frac{R}{\sin\beta}$

$\lambda = ?$



$$\frac{15}{\sin\lambda} = \frac{21.8}{\sin 120}$$

$\sin 120 \times 15 = 21.8 \times \sin\lambda$

$12.99 = 21.8 \times \sin\lambda$

$\sin\lambda = \frac{12.99}{21.8} \Rightarrow 0.59$

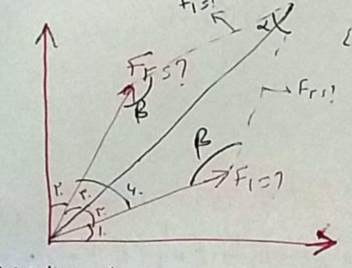
لما را در آنجا حساب کنیم چون در مثلث ... داریم ... به دست آید

shift+sin(0.59) در ماشین حساب

$\sin^{-1}(0.59) = 36.15$

$\boxed{\lambda = 36.15}$

تمرین: اگر اندازه بردار برآیند R=20N و زاویه بردار برآیند با امتداد افق ۵۰ درجه باشد مطلوب است محاسبه F_1 و F_2!



طبق قانون متوازی‌الاضلاع $= \alpha+\alpha+\beta+\beta = 360$

$60+60+2\beta = 360$

$120+2\beta = 360$

$2\beta = 360-120$

$2\beta = 240$

$\beta = \frac{240}{2} \Rightarrow \boxed{\beta = 120}$

طبق قانون سینوس‌ها $\frac{F_1}{\sin\alpha} = \frac{F_2}{\sin\lambda} = \frac{R}{\sin\beta}$

$\alpha = 30$

$\lambda = 30$

$$\frac{F_1}{\sin\alpha} = \frac{R}{\sin\beta} \Rightarrow \frac{F_1}{\sin 30} = \frac{20}{\sin 120} \rightarrow 23.1 \Rightarrow \frac{F_1}{\frac{1}{2}} = 23.1$$

$\sin 30 = \frac{1}{2}$

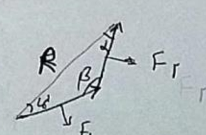
$\Rightarrow F_1 = 23.1 \times \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \boxed{F_1 = 11.55}$

$$\frac{F_2}{\sin\lambda} = \frac{R}{\sin\beta} \Rightarrow \frac{F_2}{\sin 30} = \frac{20}{\sin 120} \rightarrow 23.1$$

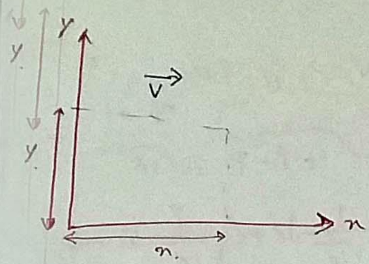
$\sin 30 = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow F_2 = 23.1 \times \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{F_2 = 11.55}$



۵

بردار در مختصات کل بردارها :

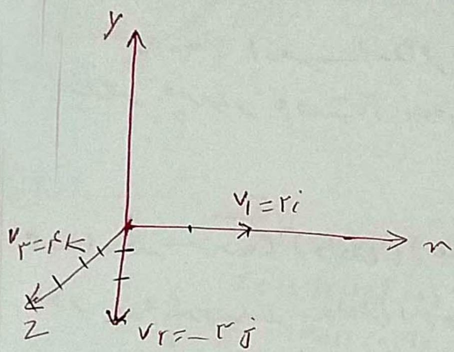


$V = x_0 i + y_0 j$

اندازه $|v| = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$

$\xrightarrow{\text{سه بعدی}} V = x_0 i + y_0 j + z_0 k$

اندازه $|v| = \sqrt{(x_0^2 + y_0^2 + z_0^2)}$



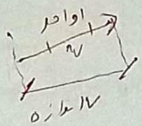
$V_1 = 2i$

$V_2 = -3j$

$V_3 = 4k$

تعریف بردار یکه : برداری بطول واحد که صرفاً جهت بردار اصلی را نشان دهد بردار یکه می گویند بطوریکه i و j و k بردارهای یکه منطبق بر محورهای اصلی x و y و z هستند.

k و j و i
$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
$z \quad y \quad x$



$\vec{V} = n_v \cdot v$

بردار یکه ← n_v ، اندازه بردار ← v

تعیین بردار یکه در راستای دلخواه : اگر بردار $\vec{V} = x_0 i + y_0 j + z_0 k$ یک بردار غیر صفر در فضای سه بعدی باشد داریم

تعریف بردار : $\vec{V} = n_v \cdot v \Rightarrow n_v = \dfrac{\vec{V}}{v}$ اندازه

بردار یکه : i و j و k همچنین یکه هستند.

اندازه $|v| = \sqrt{(x_0^2 + y_0^2 + z_0^2)}$

$$n_v = \frac{x_0 i + y_0 j + z_0 k}{\left(\frac{x_0}{v}\right) i + \left(\frac{y_0}{v}\right) j + \left(\frac{z_0}{v}\right) k}$$

مثال: $V = i + 2j - 3k$. بردار یکه را بنویسید.

$|V| = \sqrt{1^2 + 2^2 + (-3)^2} \Rightarrow |V| = \sqrt{1 + 4 + 9} = \sqrt{14}$ $\quad n_v = ?$

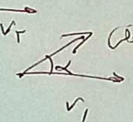
$n_v = \dfrac{i + 2j - 3k}{\sqrt{14}} \Rightarrow n_v = \left(\dfrac{1}{\sqrt{14}}\right)i + \left(\dfrac{2}{\sqrt{14}}\right)j - \left(\dfrac{3}{\sqrt{14}}\right)k$

۲- ضرب بردارها: ۱- ضرب اسکالر: حالتی است که حاصل ضرب یک عدد حقیقی در بردار اندازه بردار چند برابر و جهت آن عوض شود.

$\vec{R} = 2i + 3j \xrightarrow{n=2} P = 2R = 4i + 6j$

$\vec{R} = j - 2k \xrightarrow{n=-1} P = (-1)R = -j + 2k$

۳- حاصلضرب نقطه‌ای (داخلی) (عددی) بردار: در حاصلضرب نقطه‌ای اگر v_1 و v_2 دو بردار باشند حاصلضرب داخلی این دو بردار یک عدد است و با $\vec{V_1} \cdot \vec{V_2}$ نمایش داده می‌شود و همینطور اگر α زاویه بین دو بردار باشد به صورت زیر تعریف می‌شود.



حاصلضرب داخلی دو بردار

$\vec{V_1} \cdot \vec{V_2} = V_1 \cdot V_2 \cdot \cos\alpha$

اندازه

اندازه

زاویه بین دو بردار

نکته: ۱- اگر $\vec{V_1} = x_1 i + y_1 j + z_1 k$ و $\vec{V_2} = x_2 i + y_2 j + z_2 k$ دو بردار در سیستم مختصات ... باشند حاصلضرب داخلی این دو بردار از رابطه زیر نیز قابل محاسبه است.

$V_1 \cdot V_2 = (x_1 \times x_2) + (y_1 \times y_2) + (z_1 \times z_2)$

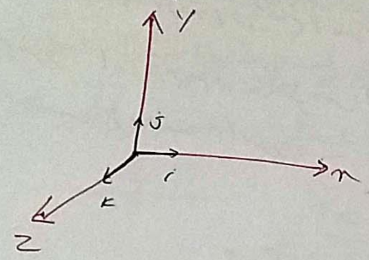
$\cos\alpha = \dfrac{V_1 \cdot V_2}{V_1 \cdot V_2} \longrightarrow (x_1 \cdot x_2) + (y_1 \cdot y_2) + (z_1 \cdot z_2)$

اندازه

اندازه

۷

ضرب داخلی بردارهای یکه منطبق بر محورهای اصلی بصورت زیر بیان می‌شود.



$\vec{V_1}\cdot\vec{V_2} = V_1 \cdot V_2 \cos\alpha$

اندازه — زاویه

$\vec{i}\cdot\vec{i} = |i||i|\cos 0 = 1$

$\vec{j}\cdot\vec{j} = |j||j|\cos 0 = 1$

$\vec{K}\cdot\vec{K} = |K||K|\cos 0 = 1$

هر یکه نسبت با خودش زاویه‌اش صفر است.

برای ضرب متفاوت

$\vec{i}\cdot\vec{j} = |i||j|\cos 90 = 0$

$\vec{j}\cdot\vec{i} = |j||i|\cos 90 = 0$

$k\cdot i = |k||i|\cos 90 = 0$

$k\cdot j = |k||j|\cos 90 = 0$

$j\cdot k = |j||k|\cos 90 = 0$

مثال: دو بردار $\vec{V_1} = 4i + 2j$ و $V_2 = 6i + 3j$ در صفحه xy وجود دارد

مطلوب است الف) ضرب داخلی دو بردار ب) زاویه بین دو بردار ج) برآیند دو بردار و اندازه آن

الف) $\vec{V_1}\cdot\vec{V_2} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 = \underbrace{(4\times 6)}_{24} + \underbrace{(3\times 2)}_{6} \Rightarrow \boxed{\vec{V_1}\cdot\vec{V_2} = 30}$

ب) تعریف ضرب داخلی دو بردار: $\underbrace{\vec{V_1}\cdot\vec{V_2}}_{30} = |V_1||V_2|\cos\alpha$

اندازه $|V_1| = \sqrt{16+4} = \sqrt{20}$

اندازه $|V_2| = \sqrt{36+9} = \sqrt{45}$

$30 = \underbrace{\sqrt{20}\times\sqrt{45}}_{30} \times \cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \frac{30}{30} \Rightarrow \cos\alpha = 1$

= در ماشین حساب shift cos(1)

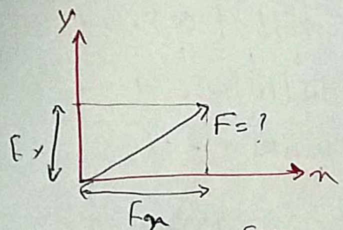
$= \boxed{\alpha = 0}$

ج) $R = V_1 + V_2 = (4+6)i + (2+3)j = 10i + 5j$

اندازه $= \sqrt{10^2 + 5^2} = \sqrt{125} \simeq 11.1$

تعریف نیرو: اثری که هر جسم بر جسم دیگری می‌گذارد (که این) باعث شتاب‌دار شدن، تغییر جهت دادن و بالا رفتن و پایین آمدن و ... و ... شود را نیرو گویند.

انواع نیرو: ۱- اثر جرم کشش گرانش (نیروی گرانشی) ۲- نیروی الکتریکی و مغناطیسی ۳- نیروی هسته‌ای ضعیف ۴) نیروی هسته‌ای قوی



$F = ?$

$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j}$

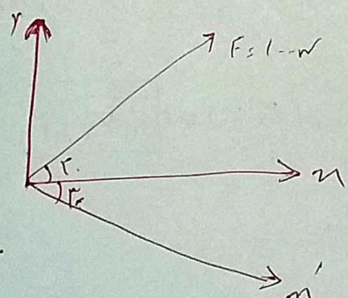
$\cos\theta = \dfrac{\text{زاویه مجاور}}{\text{وتر}}$

$\sin\theta = \dfrac{\text{زاویه مقابل} \to F_y}{\text{وتر } F}$ و $\cos\theta = \dfrac{F_x}{F}$ و $F_x = F\cdot\cos\theta$

$F_y = F\cdot\sin\theta$

$\vec{F} = (F\cos\theta)\vec{i} + (F\sin\theta)\vec{j}$

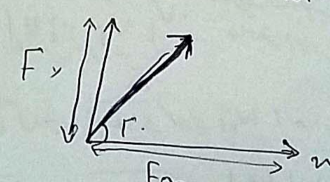
مثال: نیروی F برابر ۱۰۰ نیوتن با شیب ۳۰ مطابق شکل زیر مطلوب است مؤلفه F در امتداد y و x — امتداد 'x و 'y



$F_x = F\cos\theta$

$F_x = 100 \times \cos 30 \Rightarrow \boxed{F_x = 86.6\,N}$

$F_y = F\cdot\sin\theta = 100 \times \sin 30 = \boxed{F_y = 50\,N}$



$F_{x'} = F\cos\theta \to 50$

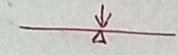
$= 100 \times \cos 50 \Rightarrow \boxed{F_{x'} = 64.3\,N}$

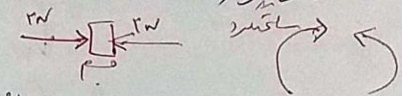
$= F\sin\theta \to 50$

$= 100 \times \sin 50 \Rightarrow \boxed{F_{y'} = 76.6\,N}$

ل: عبارت است از برابر با نیروهای وارد بر جسم در راستای x و y و z

شرایط تعادل: ۱- برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر باشد ۲- جمع گشتاورهای ساعتگرد وارد بر جسم برابر با جمع گشتاورهای پادساعتگرد وارد بر جسم باشد یعنی گشتاورها باید خنثی شود.





یعنی باید تعادل برقرار شود.

مثل دو تا چرخ دنده باید نیرو وارد کنند.

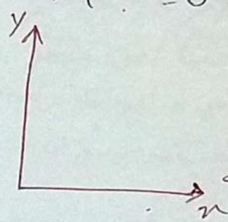
$$\sum F = ma \xrightarrow[\text{عموم فرض شود}]{\text{شرایط تعادل}} \sum F = 0$$

تعادل اجسام صلب: سخت و محکم

$$\sum F = \sum F_x i + \sum F_y j + \sum F_z k \xrightarrow{\text{شرایط تعادل}} \begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum F_z = 0 \end{cases}$$

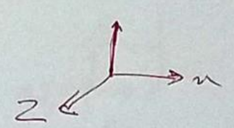
اما از آنجایی که از بحث نیروها داشتیم نیروها می‌توانند به صورت نیرو و گشتاور (f_k) به صورت (ممان m) بر جسم عمل کنند پس به طور کلی شرایط تعادل یک جسم در صفحه را می‌توانیم به صورت زیر بیان کنیم.

الف) حالت دو بعدی:



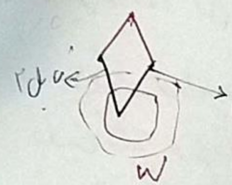
$$\sum F_x = 0$$
$$\sum F_y = 0$$
$$\sum F_z = 0$$

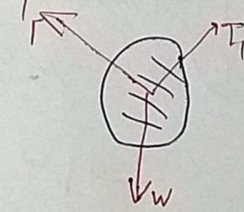
ب) حالت سه بعدی:



$$\sum M_x = 0$$
$$\sum M_y = 0$$
$$\sum M_z = 0$$

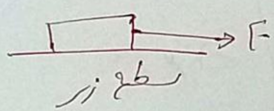
برای بررسی شرایط تعادل یک جسم یا یک سازه ابتدا باید با مفهوم دیاگرام آزاد آشنا شویم.

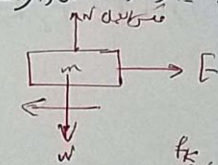




(F.B.D)
دیاگرام آزاد وزنه

دیاگرام آزاد وزنه (F.B.D) ابزار رسم دیاگرام آزاد جسم ما جسم را از سایر قسمتها جدا کرده یعنی متصل هستند جدا می‌شود و اثر سایر اجسام که با جسم متصل شده‌اند به صورت نیروی حاصل در نظر گرفته می‌شود سپس همه نیروهای خارجی وارد بر جسم نیز در محل حقیقی آن اعمال می‌شود. به این ترتیب جسم مستقل و اثرات اعمال بر آن در دیاگرام آزاد جسم نشان داده می‌شود.



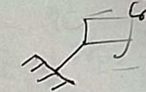
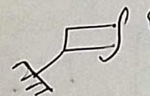
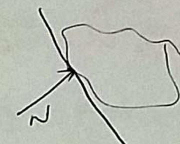
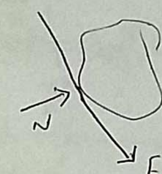
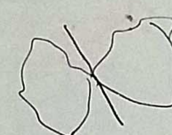
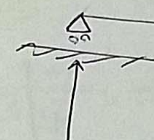
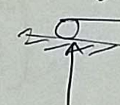
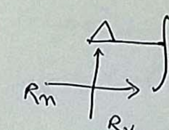
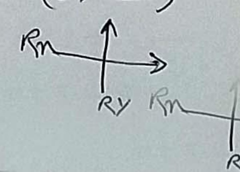


نیروی اصطکاک؛ چون داریم روی زمین کشیده می‌شود

N: یعنی وقتی ما روی زمین ایستاده‌ایم پس نیروی زمین هم در خلاف جهت هم‌مقدار N است یعنی ما وارد می‌کنیم و اگر نیروی زمین نباشد ما با پاهایمان فرو می‌رویم (مثل ایستادن روی آب)

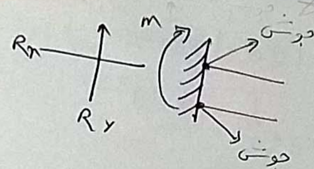
(11)

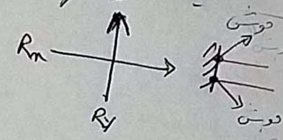
برای بدست آوردن ... مسائل دو بعدی

تعداد مجهول	عکس العمل (F.B.D)	نوع تماس
یک مجهول یک نیروی کششی که در امتداد کابل به سمت خارج اثر می‌کنند	کشش کابل که کششی	۱- الف - کابل ب - زنجیر 
یک مجهول عکس العمل نیرویی است که در امتداد میله به صورت کشش یا فشار اثر می‌کنند.	به صورت کشش یا فشار	۲- میله 
یک مجهول عکس العمل نیرویی است که در نقطه عمود بر سطح موجود باشد.		۳- سطح تماس صیقلی
دو مجهول عکس العمل عبارتند از دو مولفه نیرو شامل عمود و دیگری در امتداد سطح تماس دو جسم.		۴- سطح تماس زبر 
این تکیه گاه در جهت مماس بر سطح حرکت می‌کنند پس در راستای افقی نیرو ندارد مجهول تنها در نقطه اثر تکیه گاه در جهت عمود بر سطح تماس اثر می‌کنند.		تماس دو جسم ۵- تکیه گاه غلتکی 
از آنجا که این تکیه گاه در برابر چرخش مقاومتی ایجاد نمی‌کند (آزادانه می‌چرخد) در حالیکه در جهت افقی و قائم جابجایی در ... است پس برای این نوع تکیه گاه دو نوع قید داریم که دو نوع مجهول می‌توانیم در نظر بگیریم.		۶- تکیه گاه مفصلی (دو ...) 

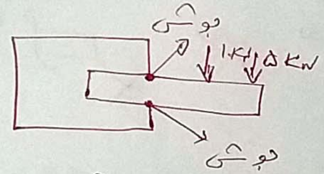
★ این نوع تکیه‌گاه در برابر حرکت در راستای افق، در راستای قائم ممانعت می‌کند پس برای این تکیه‌گاه ... در نظر می‌گیریم

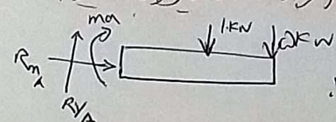
★ ۷ـ تکیه‌گاه گیردار





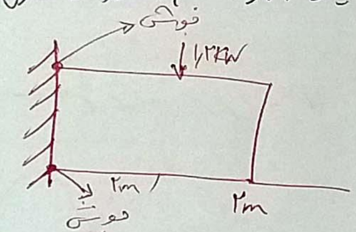
مثال) دیاگرام آزاد شکل زیر را بکشید!

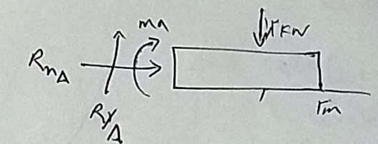




دیاگرام آزاد رسم شد!

مثال) مطلوبست محاسبه عکس‌العمل‌های تکیه‌گاه در شکل زیر؛ ابتدا باید دیاگرام جسم آزاد را بکشیم
حرکتی ندارند و در حال تعادل هستند. پس از رسم دیاگرام آزاد هم معادلات تعادل را اعمال کنیم.





شرط تعادل
$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum F_z = 0 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{+} \sum F_x = 0 \longrightarrow R_{x_A} = 0$$

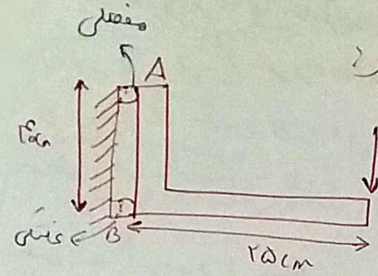
$$+\uparrow \sum F_y = 0 \longrightarrow R_{y_A} - 1.2 = 0 \Rightarrow \boxed{R_{y_A} = 1.2\ kN}$$

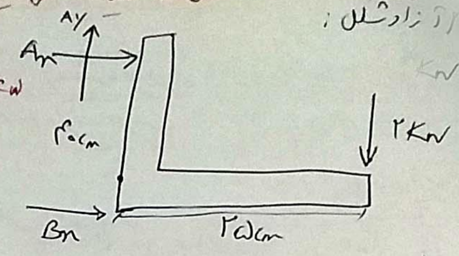
$$\overset{+}{\circlearrowleft} \sum M_A = 0 \longrightarrow 1.2(2) + M_A = 0 \Rightarrow \boxed{M_A = -2.4\ kN}$$

۱۳

محاسبه عکس‌العمل‌هایی که تکیه‌گاه‌ها می‌پذیرند:

آزاد شکل:





برای بدست آوردن مجهول‌ها مهم نیست که معادلات تعادل به ترتیب بکار گرفته شود.
مهم این است که از کدام معادله زودتر استفاده کنیم که مجهول سریع‌تر بدست آید.

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0 \longrightarrow A_y - 2 = 0 \longrightarrow \boxed{A_y = 2}$$

$$+\circlearrowleft \Sigma M_A = 0 \longrightarrow 2(25) - B_x(40) \longrightarrow \boxed{B_x = 1.25}$$

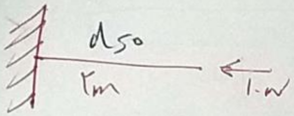
$$\xrightarrow{+} \Sigma F_x = 0 \longrightarrow A_x + \underbrace{B_x}_{1.25} \longrightarrow \boxed{A_x = -1.25}$$

★ گشتاور راستای Bx فرض کردیم و جهت انگشت نسبت به Ax ... پس وقتی
جهت انگشت را دور فرض کنیم می‌بینیم که در خلاف عقربه‌های ساعت می‌چرخد پس منفی است.

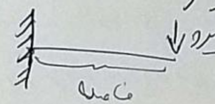
★ گشتاور سمت ۲KW و جهت انگشت سمت نیروی وارده یعنی Ax که می‌بینیم به کف دستمان رو به
زمین است، پس وقتی انگشتان را می‌بندیم می‌بینیم که در جهت عقربه‌های ساعت می‌چرخد
پس + می‌شود.

گشتاور نیرو: نیرو × جابجایی (فاصله) و با نماد M نشان داده می‌شود
طول محوری که با راستای نیرو موازی است متقاطع نباشد.

مثال: وقتی یک شخص وارد دسته آچار را به مهره‌های چرخ ماشین را باز کند هرچه دسته بلندتر باشد راحت‌تر باز شود و چون نیرو را بیشتر بر دسته آچار اعمال می‌کنیم.



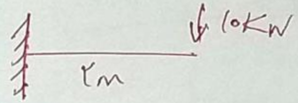
یعنی اینکه اگر نیرو از نقطهٔ مورد نظر بگذرد هیچ گشتاوری ایجاد نشود.



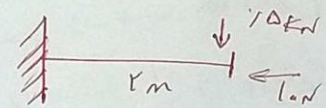
مثال: مهره‌ای که بر سر تخته دایپ هرچه طول دایپ بیشتر باشد و هرچه گشتاور بیشتر باشد پایین‌تر می‌رود پس نیرو با فاصله گشتاور در رابطه مستقیم دارد یعنی هرچه نیرو را بیشتر یا فاصله بیشتر باشد گشتاور بیشتر است یا اینکه موقعی که می‌خواهیم چرخ ماشین را عوض کنیم هرچه دسته آچار را بلندتر بگیریم نسبت به مهره راحت‌تر می‌توانیم آچار را سفت و یا شل کنیم.

گشتاور نیرو F نسبت به نقطه O: $M_O = F.d$ — تا نیرو — جابجایی

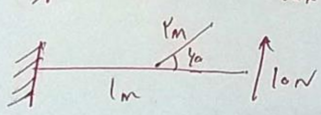
شرایط تعادل:



$$M_0 = 10 \times 2 = 20\ (N.m)$$



$$M_0 = \underbrace{(10 \times 0)}_{0} + \underbrace{(0.5 \times 2)}_{1} = 1\ (N.m)$$



$$M_0 = (1 + 2\cos 60) \times 10 = 20\ (N.m)$$

مثال: مردی با جرم ۸۰kg در فضا پیمایی که به سیر مداری دایره‌ای در ارتفاع ۲۵۰ مایلی از سطح زمین در گردش قرار دارد و با استفاده از قانون جاذبه عمومی وزن مرد (نیروی جاذبه ثقلی که از زمین به وی وارد می‌شود) را حساب کنید؟

$$G = 6.673(10^{-11})\ \frac{m^3}{kg \cdot s^2}$$ ثابت

$m_1 = 80\,kg$

$m_2 = 5.976\,(10^{24})$

$r = (6371 + 250)(10^3)\ m$ ← ثابت

$$W = G\,\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$W = 6.673\,(10^{-11})\ \frac{80 \times 5.976\,(10^{24})}{\left((6371+250)(10^3)\right)^2} = 728 \longrightarrow \boxed{W = 728}$$

$\sigma = \frac{P}{A}$

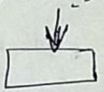
تنش: حقیقت ما با مشت به یک بچه وارد کنیم باید شخص بچه بیشتر تأثیر می‌شود تا اینکه ما به یک آدم بزرگتر اعمال نیرو در واقع بچه و آدم بزرگ همان سطح مقطع را ندارند پس تنش با نیرو رابطه مستقیم دارد و ~~...~~ و معکوس تنش با سطح مقطع رابطه عکس دارد

تنش: توزیع نیرو در واحد سطح را تنش گویند به عبارت دیگر تنش عبارت است از شدت نیروهای داخلی در واحد سطح یک جسم صلب جسم سخت

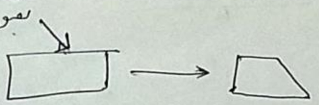
۱- انواع تنش: ۱- تنش نرمال (عمودی): که در این حالت نیرو عمود بر سطح مقطع اعمال می‌گردد

نیروی P. اگر سطح مقطع تیر A باشد مقدار تنش نرمال برابر است با $\sigma = \frac{P}{A}$

بر حسب جهت نیروی اعمال شده این تنش به تنش کششی یا فشاری تبدیل می‌شود.



۲- تنش برشی: که در اثر نیروی برشی یا مماس بر سطح بوجود می‌آید مانند نیروی P. تنش برشی معمولاً در پیچ‌ها، پین‌ها و پرچ‌ها که برای اتصال اعضا مختلف سازه مورد استفاده قرار می‌گیرند ایجاد می‌گردد

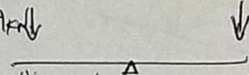


$\tau = \frac{P_2}{A}$ ← تاو

۳- تنش تکیه‌گاهی: این تنش معمولاً در سطح تماس پین‌ها و پیچ‌ها و پرچ‌ها با قطعات متصل شونده به طور کلی هنگامی که دو سطح بر هم فشرده می‌شوند سطح تنش تکیه‌گاهی را بر روی سطح تماس ایجاد می‌کنند بوجود می‌آید. مثل تیر با ستون

در اصطلاح فیزیک تعاملی ثقلی که بر همه ذرات جسم وارد آید.

$$W = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$



در واقع مرکز ثقل یعنی اینکه مثلاً اگر در سمت شکل با ۱۰ کیلو شود و سمت چپ 9KN وارد شود مرکز ثقلش جابجا شود و کل جسم به حالت تعادل درآید که به آن نقطه مرکز ثقل گویند و در واقع مرکز ثقل مرکز ثقل نما باشد.

مثال: مردی با جرم 80kg در فضاپیمایی که در یک مدار دایره‌ای در ارتفاع ۲۵۰ کیلومتر با روی زمین در گردش قرار دارد، با استفاده از داده‌های زیر جاذبه عمومی وزن مرد (نیرویی که جاذبه‌ای که از زمین به او وارد شود) را بیابید.

$G = 6.673(10^{-11})\ \frac{m^3}{kg \cdot s^2}$ ثابت

$m_1 = 80\,kg$

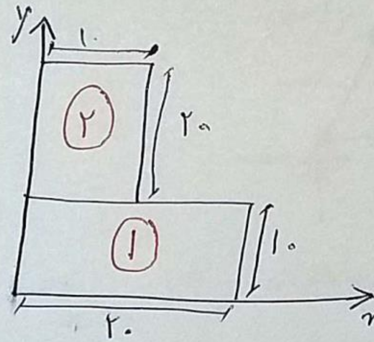
$m_2 = 5.976(10^{24})$

$r = (6371 + 250)(10^3)\,m$

$$W = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$W = 6.673(10^{-11})\frac{(80 \times 5.976(10^{24}))}{((6371+250)(10^3))^2} = 728 \rightarrow \boxed{W = 728}$$

مثال: مرکز ثقل شکل‌های زیر را بدست آورید؟



شکل ۱

$x_1 = \frac{20}{2} \Rightarrow \boxed{x_1 = 10}$

$y_1 = \frac{10}{2} \Rightarrow \boxed{y_1 = 5}$

~~$A_1 = \ldots$~~

$A_1 = 10 \times 20 = 200$

شکل ۲

$x_2 = \frac{10}{2} = 5 \rightarrow \boxed{x_2 = 5}$

$y_2 = \frac{20}{2} + 10 \Rightarrow \boxed{y_2 = 20}$

$A_2 = 20 \times 10 \Rightarrow \boxed{A_2 = 200}$

$\frac{10}{2} = 5 \rightarrow \boxed{x_2 = 5}$ (۱۶)

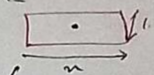
$\frac{20}{2} + 1 = 20 \rightarrow \boxed{y_2 = 20}$

$\cancel{2 = 20 \times 1 =}$

x_1: فاصله مرکز شکل تا محور y ها

y_1: ″ ″ ″ ″ x ها

از مرکز شکل تا محور x ها رودیم



$$\bar{x} = \frac{(x_1 \times A_1) + (x_2 \times A_2)}{A_1 + A_2} = \frac{(10 \times 200) + (5 \times 200)}{200 + 200} = \frac{3000}{400} = 7.5$$

$\boxed{\bar{x} = 7.5}$

$$\bar{y} = \frac{(y_1 \times A_1) + (y_2 \times A_2)}{A_1 + A_2} = \frac{(5 \times 200) + (20 \times 200)}{200 + 200}$$

$$= \frac{1000 + 4000}{400} = \frac{5000}{400} = 12.5$$

$\boxed{\bar{y} = 12.5}$

$\bar{x}$: یعنی از محور y ها ↑ با مقدار ۷٫۵ به سمت محور x ⟶ می‌رویم و یک علامت کوچک می‌زنیم

$\bar{y}$: یعنی از محور x ها (⟶) با مقدار ۱۲٫۵ به سمت محور y ↑ می‌رویم و هر کجا که مقدار $\bar{x}$ را که همان $\underline{7.5}$ بود را قطع کرد آن نقطه مرکز ثقل آن دو قسمت می‌باشد.

$\bar{x}$: فاصله از محور y ها

$\bar{y}$: فاصله از محور x ها

(۱۴)

... با تغییر در طول جسم در جهت ... نسبت طول

... جسم در همان جهت که در اثر اعمال نیرو (تنش) پدید آید ... کرنش که در شکل

مفهوم مدول الاستیسیته: در قسمت اول نمودار تنش کرنش که در شکل ...

نسبت مستقیم دارد و می‌توان رابطه آن‌ها را به صورت زیر ...

$\sigma = E\varepsilon$ ... اپسیلون E یا مدول الاستیسیته

و رابطه خطی ... شد ۲ ... ۲×۲=۴

که در این رابطه با قانون هوک معروف است و ضریب E در این فرمول

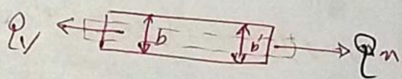
... رابطه فوق همان مدول یانگ یا مدول کشسانی یا مدول الاستیسیته می‌باشد

ضریب پواسون: اگر جسم تحت کشش قرار گیرد به علت خاصیت الاستیسیته ...

جسم زیاد شده و در نتیجه عرض آن کاهش می‌یابد که مقدار مطلق نسبت کرنش عرضی

با کرنش اصلی را ضریب پواسون می‌گویند.

$= \left|\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x}\right|$

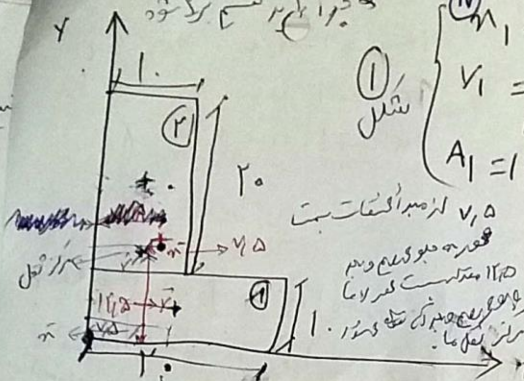


مثال: مثل آکاردئون وقتی آن را می‌کشیم طولش افزایش و عرضش کم می‌شود و برعکس

اگر آن را فشرده کنیم طولش کم و در عرض حالت قطبی پیدا می‌کند.

مطالعه بیشتر: ... همان انیزوتروپی ... شکل زیر

مرکز شکل:



شکل ۱

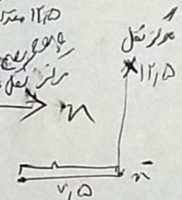
$$x_1 = \frac{۲۰}{۲} = ۱۰$$

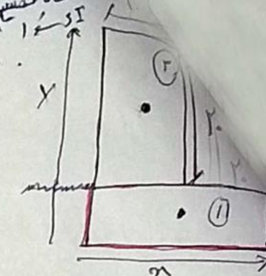
$$y_1 = \frac{۱۰}{۲} = ۵$$

$$A_1 = ۱۰ \times ۲۰ = ۲۰۰$$

۷.۵ از محور x به سمت ...

۱۲.۵ مقدار ... محور y ... مرکز ثقل ما





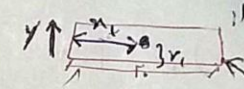
شکل ۲

$$x_2 = \frac{۱۰}{۲} = ۵$$

$$y_2 = \frac{20}{۲} + ۱۰ = ۲۰$$

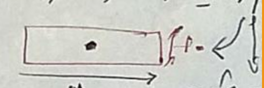
$$A_2 = ۲۰ \times ۱۰ = ۲۰۰$$

مساحت $A =$ عرض $\times$ طول



x_1: فاصله مرکز شکل تا محور yها

y_1 = فاصله مرکز شکل تا محور xها



$$\bar{x} = \frac{(x_1 \times A_1) + (x_2 \times A_2)}{A_1 + A_2} = \frac{(۱۰ \times ۲۰۰) + (۵ \times ۲۰۰)}{۲۰۰ + ۲۰۰} = \frac{۳۰۰۰}{۴۰۰} =$$

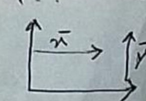
$$\boxed{\bar{x} = ۷.۵}$$

$$\bar{y} = \frac{(y_1 \times A_1) + (y_2 \times A_2)}{A_1 + A_2} = \frac{(۵ \times ۲۰۰) + (۲۰ \times ۲۰۰)}{۲۰۰ + ۲۰۰} =$$

یا باید طور را مقدار ۷.۵ و ۱۲.۵ را از محور x و y حرکت دهیم تا همدیگر را قطع کنند

$$= \frac{۱۰۰۰ + ۴۰۰۰}{۴۰۰} = \frac{۵۰۰۰}{۴۰۰} = ۱۲.۵$$

$$\boxed{\bar{y} = ۱۲.۵}$$



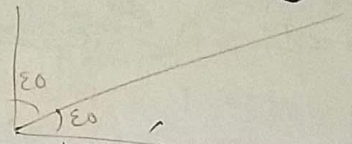
$\bar{x}$: یعنی از محور yها به مقدار ۷.۵ به سمت x ... علامت گذاشته و ...

$\bar{y}$: یعنی از محور xها (→) به مقدار ۱۲.۵ به سمت محور yها

و هر جا که مقدار x را با هم (۷.۵) بود ... قطع کرد ... نقطه مرکز ثقل ...

$\bar{x}$: فاصله از محور yها

$\bar{y}$: فاصله از محور xها



1Kg → 1000 g
1 Ton → 1000 Kg
1m → 100 cm

مثال مسئله ۱۵ تغییر طول و کرنش :

در قسمت الف : قطر کمتر تغییر طول بیشتر
ب : قطر بیشتر تغییر طول کمتر

میله فولادی به طول ۲m مفروض است چنانچه نیرو (وزنه) بر میله معادل ۱۰ Ton با شد تغییر طول میله در حالتهای زیر را محاسبه نمایید !

الف) $D = ۴cm$

ب) $D = ۸cm$

$E = ۲/۱ \times 10^6$

طول = $L = ۲m \to ۲۰۰ cm$

$\Delta L = ?$

الف) $A = \pi r^2 \to \pi \times (۲)^2 = ۱۲/۵۶ \to \boxed{A = ۱۲/۵۶}$

$P = ۱۰ Ton \to ۱۰ \times ۱۰۰۰$

قطر = ۸

ب) $A = \pi r^2 = \pi \times (۴)^2 = ۵۰/۲۴ \to \boxed{A = ۵۰/۲۴}$

چون قطر $D = ۸cm$

الف) $\Delta L = \frac{P \cdot L}{E \cdot A}$ ، $۱۰ \times ۱۰۰۰ Kg$

$\Delta L = \frac{۱۰۰۰۰ \times ۲۰۰}{۲/۱ \times 10^6 \times ۱۲/۵۶}$

$۰/۱۱m \to ۱۱cm$

$۱۱ \times ۱۰۰ = ۱۱cm$

ب) $\Delta L = \frac{P \cdot L}{E \cdot A} = \frac{۱۰۰۰۰ \times ۲۰۰}{۲/۱ \times 10^6 \times ۵۰/۲۴} = \frac{۲ \times 10^6}{۲/۱ \times 10^6 \times ۵۰/۲۴} = \frac{۲}{۱۰۵/۵۰۴} = ۰/۰۲m \to ۲cm$

$۰/۰۲ \times ۱۰۰ = ۲cm$

مساحت دایره : πr^2

$\frac{Kg \cdot cm}{A}$

در قسمت الف چون قطر ما ۴ cm کمتر است و تغییر طول ما شد ۱۱cm پس قطر کمتر تغییر طول بیشتر و ما در قسمت ب چون قطر بیشتر است پس تغییر طول ما شد ۲cm پس تغییر کمتر

نتیجه گیری :

قطر مان بیشتر است تغییر طولمان کمتر است
و اگر قطر مان کمتر است تغییر طولمان بیشتر است .

یعنی اگر چه میله قطرش بیشتر است نیرو وارد کنیم مثلا نیرو کششی وارد کنیم تغییر طول آن کمتر است تا اینکه قطر میله آن کمتر باشد .

پایان

زمستان ۹۸