
بسم الله الرحمن الرحيم

عنوان : جزوه استاتیک

استاد:

آقای نعمت الهی

زمستان ۹۸

سرفصل های استاتیک :

الف: تعادل   ب: عکس العمل تکیه گاه ها   ج) روش ترسیم آزاد نیروها

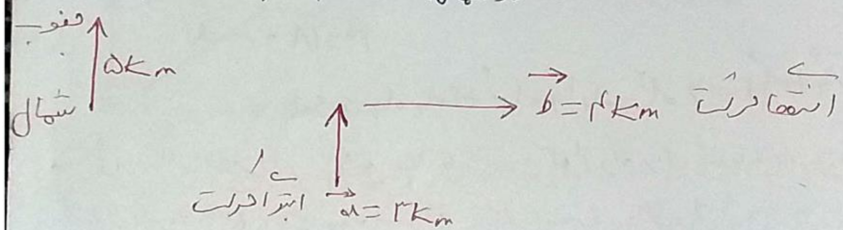
د: معادلات تعادل در صفحه   ه: مرکز ثقل   ز: گشتاور

ل: قیدها   ق: قابها   ک: خرپا

علم مکانیک: علمی است که از شرایط سکون و حرکت اجسام تحت اثر نیروهای وارده بحث میکند

انواع کمیت ها: ۱- کمیت عددی (اسکالر): کمیت هایی که فقط با یک عدد مشخص میشوند کمیت های عددی نامیده میشوند (مثل جرم، حجم، دما

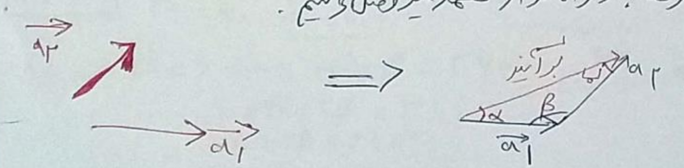
۲ کمیت های برداری: کمیت هایی هستند که علاوه بر اندازه دارای جهت نیز هستند مثل حرکت به اندازه 5Km از شمال به طرف جنوب - مثل وزن، نیرو



$$c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$$ میزان جابجایی

جمع (برآیند بردارها): روش های محاسبه برآیند بردارها: ۱- روش های هندسی

روش مثلث بردارها: در امتداد هم قرار داده و وصل میکنیم.



نون کسینوس‌ها:

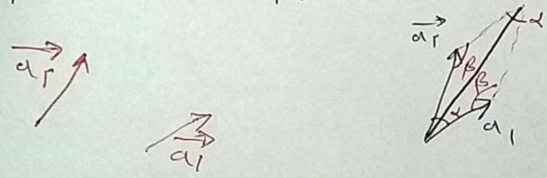
$$a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos\alpha$$

$$\cancel{\frac{a}{\sin\beta} = \frac{a_1}{\sin\lambda} = \frac{a_2}{\sin\alpha}}$$

نون سینوس‌ها:

$$\frac{a}{\sin\beta} = \frac{a_1}{\sin\lambda} = \frac{a_2}{\sin\alpha}$$

ش متوازی‌الاضلاع: یک نقطه را مبدأ قرار می‌دهیم و بعد خط‌ها را رسم کنیم



$$\alpha + \alpha + \beta + \beta = 360$$

$$2\alpha + 2\beta = 360 \Rightarrow 2(\alpha+\beta) = 360 \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{360}{2} = 180$$

$$\beta = 180 - \alpha$$

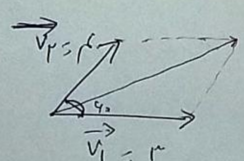
$$\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 \Rightarrow a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos\alpha$$

مثال: اگر دو بردار V_1 و V_2 به ترتیب ۳ و ۴ واحد باشند و به اندازه زاویه بین دو بردار ۶۰ درجه باشد مطلوب است اندازه بردار برآیند؟

$$V^2 = V_1^2 + V_2^2 + 2V_1V_2\cos\alpha$$

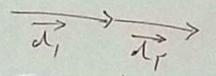
$$V^2 = 3^2 + 4^2 + 2(3)(4)\underbrace{\cos 60}_{\frac{1}{2}} \Rightarrow V^2 = 9+16+24 \times \frac{1}{2} \Rightarrow V^2 = 6.1$$

$$\Rightarrow V = \sqrt{6.1} \Rightarrow \boxed{V = 2.46}$$



(۳)

درحالتیکه بردارها هم راستا (موازی و هم جهت)

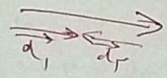


$$\vec{d} = \vec{d_1} + \vec{d_2}$$

d بردار برآیند

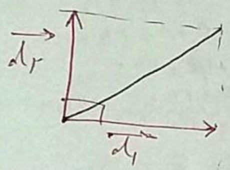
۱- درحالتیکه بردارها هم راستا (موازی و مختلف الجهت باشند)
جهت بردار به سمت برداری که بزرگتر است

$$\vec{d} = \vec{d_1} - \vec{d_2}$$

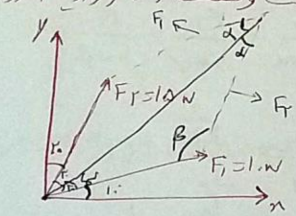


۲- درحالتیکه دو بردار بر هم عمود باشند

$$\vec{d} = \vec{d_1}^2 + \vec{d_2}^2 \Rightarrow d = \sqrt{d_1^2 + d_2^2}$$



مثال: مطلوب است محاسبه اندازه بردار برآیند در جهت و جهت آن (زاویه با محور x)



قانون کسینوسها: $R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha$

$$R^2 = 10^2 + 15^2 + 2(10)(15)\underbrace{\cos 60}_{\frac{1}{2}}$$

$$R^2 = 475 \rightarrow R = \sqrt{475}$$

$$\Rightarrow \boxed{R = 21.8N}$$

$$90 - 30 = 60 \Rightarrow \boxed{\alpha = 60}$$

طبق قانون متوازی $\Rightarrow \alpha + \alpha + \beta + \beta = 360$

$$60 + 60 + 2\beta = 360$$

$$120 + 2\beta = 360$$

$$2\beta = 360 - 120$$

$$2\beta = 240$$

$$\beta = \frac{240}{2} \Rightarrow \boxed{\beta = 120}$$

در قانون متوازی الاضلاع α را ۶۰ درنظر گرفتیم ولی در قانون کسینوسها
در جهت
این جهت را باید درنظر گرفتیم ۱۲۰ است.

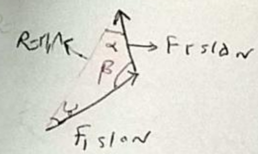
و در مثلث ۳ شود
$180 + 180 = 360$

بقیه پشت صفحه

(ج) = ?

مثلث : $\dfrac{F_2}{\sin\theta} = \dfrac{R}{\sin\beta}$

$\theta = ?$



$$\frac{15}{\sin\theta} = \frac{21.8}{\sin 120}$$

$\sin 120 \times 15 = 21.8 \times \sin\theta$

$12.99 = 21.8 \times \sin\theta$

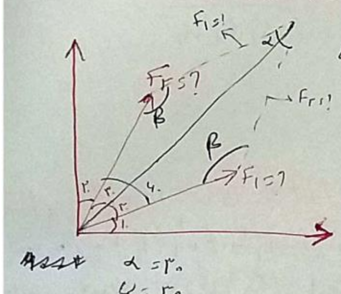
$\sin\theta = \dfrac{12.99}{21.8} \Rightarrow 0.59$

در ماشین حساب shift+sin(۵۹٪) $\quad \sin^{-1}(0.59) = 36.15$

$\boxed{\theta = 36.15}$

لها را در آنجا حساب می‌زنیم چون دقیق نشد دلیل در دانه‌ی C حل به دست آمد

تمرین: اگر اندازه‌ی بردار برآیند R=۲۰N و زاویه‌ی بردار برآیند با امتداد‌ها ۵۰ درجه باشد مطلوبست محاسبه‌ی F₁ و F₂؟



طبق قانون متوازی‌الاضلاع $= \alpha+\alpha+\beta+\beta = 360$

$60+60+2\beta = 360$

$120+2\beta = 360$

$2\beta = 360-120$

$2\beta = 240$

$\beta = \dfrac{240}{2} \Rightarrow \boxed{\beta = 120}$

طبق قانون سینوس‌ها $\dfrac{F_1}{\sin\alpha} = \dfrac{F_2}{\sin\theta} = \dfrac{R}{\sin\beta}$

$\alpha = 30$

$\theta = 30$

$$\frac{F_1}{\sin\alpha} = \frac{R}{\sin\beta} \Rightarrow \frac{F_1}{\sin 30} = \frac{20}{\sin 120} \rightarrow 23.1 \Rightarrow \frac{F_1}{\frac{1}{2}} = 23.1$$

$\sin 30 \rightarrow \frac{1}{2}$

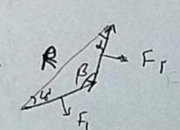
$\Rightarrow F_1 = 23.1 \times \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \boxed{F_1 = 11.55}$

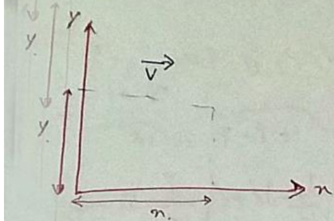
$$\frac{F_2}{\sin\theta} = \frac{R}{\sin\beta} \Rightarrow \frac{F_2}{\sin 30} = \frac{20}{\sin 120} \rightarrow 23.1$$

$\sin 30 \rightarrow \frac{1}{2}$

$\Rightarrow F_2 = 23.1 \times \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{F_2 = 11.55}$



⑤

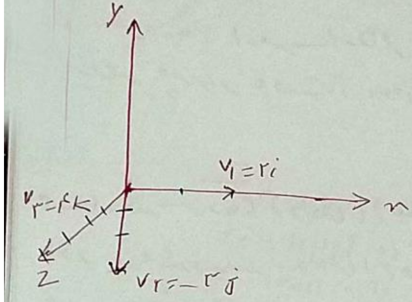


$V = x_0 i + y_0 j$

اندازه $|V| = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$

سه بعدی $\longrightarrow V = x_0 i + y_0 j + z_0 k$

اندازه $|V| = \sqrt{(x_0^2 + y_0^2 + z_0^2)}$



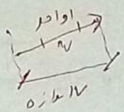
$V_1 = 2i$

$V_2 = -3j$

$V_3 = 4k$

تعریف بردار یکه: برداری به طول واحد که صرفاً جهت بردار اصلی را نشان می‌دهد بردار یکه گویند بطوریکه i و j و k بردارهای یکه منطبق بر محورهای اصلی x و y و z هستند.

$k \rightarrow z$ و $j \rightarrow y$ و $i \rightarrow x$



$\vec{V} = n_v \cdot V$

بردار یکه ← n_v ، اندازه بردار ← V

تعیین بردار یکه راستای دلخواه: اگر بردار $\vec{V} = x_0 i + y_0 j + z_0 k$ یک بردار غیر صفر در فضای سه بعدی داریم

تعریف بردار: $\vec{V} = n_v \cdot V \Rightarrow n_v = \dfrac{\vec{V}}{V}$ اندازه

بردار یکه: i و j و k همیشه یک واحد باشد.

اندازه $|V| = \sqrt{(x_0^2 + y_0^2 + z_0^2)}$

$$n_v = \frac{x_0 i + y_0 j + z_0 k}{V} = \left(\frac{x_0}{V}\right) i + \left(\frac{y_0}{V}\right) j + \left(\frac{z_0}{V}\right) k$$

(۶)

مثال: $V = i + 2j - 3k$. بردار یکه را بدست آورید.

$|v| = \sqrt{1^2 + 2^2 + (-3)^2} = |v| = \sqrt{1+4+9} = \sqrt{14}$ $\quad \hat{v} = ?$

$\hat{v} = \dfrac{i + 2j - 3k}{\sqrt{14}} \Rightarrow \hat{v} = \left(\dfrac{1}{\sqrt{14}}\right)i + \left(\dfrac{2}{\sqrt{14}}\right)j - \left(\dfrac{3}{\sqrt{14}}\right)k$

ضرب بردارها: ۱- ضرب اسکالر: حالتی است که با ضرب یک عدد صحیح در بردار اندازه بردار چند برابر و جهت آن نیز عوض شود.

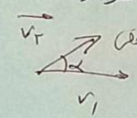
$\vec{R} = 2i + 3j \xrightarrow{n=2} P = 2R = 4i + 6j$

$\vec{R} = j - 2k \xrightarrow{n=-1} P = (-1)R = -j + 2k$

۲- حاصلضرب دو ۱ (داخلی) (نقطه‌ای) بردار: در حاصلضرب نقطه‌ای دو بردار v_1 و v_2 که با $\vec{v_1} \cdot \vec{v_2}$ نمایش

داده می‌شود حاصلضرب داخلی این دو بردار یک عدد می‌شود و

در هندسه تعریف اگر α زاویه بین دو بردار باشد بصورت زیر تعریف می‌شود



حاصلضرب داخلی دو بردار

$\vec{v_1} \cdot \vec{v_2} = v_1 \cdot v_2 \cdot \cos\alpha$

اندازه — اندازه — زاویه بین دو بردار

نکته: ۱- اگر $\vec{v_1} = x_1 i + y_1 j + z_1 k$ و $\vec{v_2} = x_2 i + y_2 j + z_2 k$ دو بردار در سیستم مختصات

باشد حاصلضرب داخلی این دو بردار از رابطه زیر نیز قابل محاسبه است.

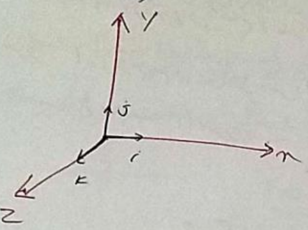
$v_1 \cdot v_2 = (x_1 \times x_2) + (y_1 \times y_2) + (z_1 \times z_2)$

$\cos\alpha = \dfrac{v_1 \cdot v_2}{v_1 \cdot v_2} \longrightarrow (x_1 \cdot x_2) + (y_1 \cdot y_2) + (z_1 \cdot z_2)$

اندازه — اندازه

7

ضرب داخلی بردارهای یکه منطبق بر محورهای اصلی بصورت زیر بیان و شود.



$\vec{V_1}\cdot\vec{V_2} = V_1 \cdot V_2 \cos\alpha$

اندازه ← V_1، زاویه ← α

$\vec{i}\cdot\vec{i} = |i||i| \cos 0 = 1$

$\vec{j}\cdot\vec{j} = |j||j| \cos 0 = 1$

$\vec{k}\cdot\vec{k} = |k||k| \cos 0 = 1$

هر یکه نسبت با خودش زاویه اش صفر است.

برای عمود بر هم

$\vec{i}\cdot\vec{j} = |i||j| \cos 90 = 0$

$\vec{j}\cdot\vec{i} = |j||i| \cos 90 = 0$

$k\cdot i = |k||i| \cos 90 = 0$

$k\cdot j = |k||j| \cos 90 = 0$

$j\cdot k = |j||k| \cos 90 = 0$

مثال: دو بردار $\vec{V_1} = 4i + 2j$ و $V_2 = 6i + 3j$ در صفحه xy وجود دارد.
مطلوب است الف) ضرب نقطه‌ای دو بردار ب) زاویه بین دو بردار ج) برآیند دو بردار و اندازه آن

الف) $\vec{V_1}\cdot\vec{V_2} = x_1 x_2 + y_1 \cdot y_2 = \underbrace{(4\times 6)}_{24} + \underbrace{(3\times 2)}_{6} \Rightarrow \boxed{\vec{V_1}\cdot\vec{V_2} = 30}$

ب) تعریف حاصل ضرب داخلی دو بردار: $\underbrace{\vec{V_1}\cdot\vec{V_2}}_{30} = |V_1||V_2| \cos\alpha$

اندازه $|V_1| = \sqrt{16+4} = \sqrt{20}$

اندازه $|V_2| = \sqrt{36+9} = \sqrt{45}$

$30 = \underbrace{\sqrt{20}\times\sqrt{45}}_{30} \times \cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \frac{30}{30} \Rightarrow \cos\alpha = 1$

در ماشین حساب shift cos(1)

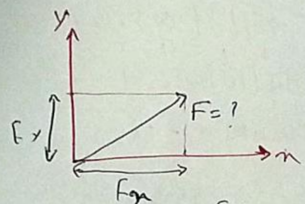
$= \boxed{\alpha = 0}$

ج) $R = V_1 + V_2 = (4+6)i + (2+3)j = 10i + 5j$

اندازه $= \sqrt{10^2 + 5^2} = \sqrt{125} \simeq 11,1$

تعریف نیرو: اثری که هر جسم بر جسم دیگر می‌گذارد (مانند باعث شتاب گرفتن، تغییر جهت دادن و بالا رفتن و پایین آمدن و ...) و می‌شود را نیرو گویند.

انواع نیرو: ۱- اثر برهم‌کنش گرانش (نیروی گرانش) ۲- نیروی الکتریکی و مغناطیسی
۳- نیروی هسته‌ای ضعیف ۴) نیروی هسته‌ای قوی



$F = ?$

$F = F_x \vec{i} + F_y \vec{j}$

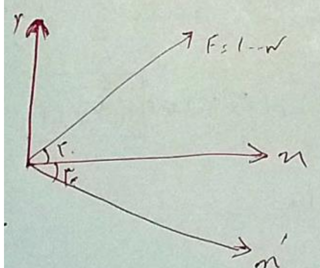
$\cos\theta = \dfrac{\text{ضلع مجاور زاویه}}{\text{وتر}}$

$\sin\theta = \dfrac{\text{ضلع مقابل زاویه} \rightarrow F_y}{\text{وتر} \; F}$, $\cos\theta = \dfrac{F_x}{F}$, $F_x = F.\cos\theta$

$F_y = F.\sin\theta$

$\vec{F} = (F\cos\theta)\vec{i} + (F\sin\theta)\vec{j}$

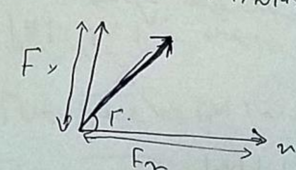
مثال: اندازه نیروی F برابر ۱۰۰ نیوتن با شیب ثابت مطابق شکل مقابل. مطلوب است مؤلفه‌های F در راستاهای x و y (الف) و در راستاهای x و 'x (ب)



$F_x = F\cos\theta$

$F_x = 100 \times \cos 20 \Rightarrow \boxed{F_x = 94 N}$

$F_y = F.\sin\theta = 100 \times \sin 20 = \boxed{F_y = 34.2 N}$



ب)

$F_x' = F\cos\theta \rightarrow 50$

$= 100 \times \cos 50 \Rightarrow \boxed{F_x' = 64.3 N}$

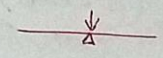
$= F\sin\theta \rightarrow 50$

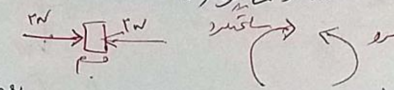
$= 100 \times \sin 50 \Rightarrow \boxed{F_y' = 76.6 N}$

⑨

تعادل: عبارت است از برابر/ نیروهای وارد بر جسم در راستای محور x و y و z ...

شرط تعادل: ۱- برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر باشد ۲- جمع گشتاورهای ساعتگرد وارد بر جسم برابر با جمع گشتاورهای پادساعتگرد وارد بر جسم باشد یعنی گشتاورها را خنثی شود.





یعنی باید تعادل برقرار شود.

مثل دو تا چرخ دنده باید نیرو وارد کنند.

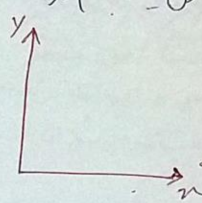
$$\sum F = ma \xrightarrow[\text{عدم حرکت شود}]{\text{شرط تعادل}} \sum F = 0$$

تعادل اجسام صلب:
سخت و محکم

$$\sum F = \sum F_x i + \sum F_y j + \sum F_z k \xrightarrow{\text{شرط تعادل}} \begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum F_z = 0 \end{cases}$$

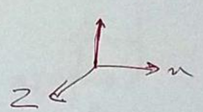
اما از آنجایی که از بحث نیروها داشتیم نیروها می‌توانند به صورت نیروی متمرکز (f_k) به صورت (گسترده m) بر جسم عمل کند پس به طور کلی شرط تعادل یک جسم در صفحه را می‌توانیم به صورت زیر بیان کنیم.

الف) حالت دو بعدی:



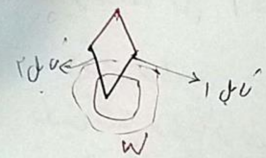
$$\sum F_x = 0$$
$$\sum F_y = 0$$
$$\sum F_z = 0$$

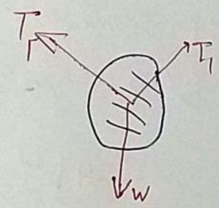
ب) حالت سه بعدی:



$$\sum m_x = 0$$
$$\sum m_y = 0$$
$$\sum m_z = 0$$

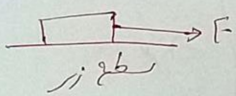
برای بررسی شرایط تعادل یک جسم یا یک سازه ابتدا باید با مفهوم دیاگرام آزاد آشنا شویم.

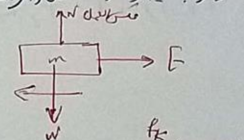




(F.B.D)
دیاگرام آزاد جسم

دیاگرام آزاد اجسام (F.B.D): برای رسم دیاگرام آزاد جسم یا جسم‌ها از سایر قسمت‌ها جدا کرده که متصل هستند جدا شود و اثر سایر اجسامی که با جسم متصل شده‌اند به صورت نیروی معادل در نظر گرفته شود سپس همه نیروهای خارجی وارد بر جسم نیز در محل دقیق آن اعمال شود. به این ترتیب واحد مستقل و اثرات اعمالی بر آن، دیاگرام آزاد جسم گفته می‌شود.



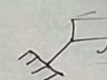
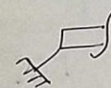
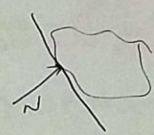
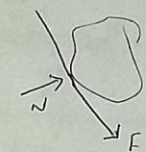
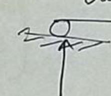
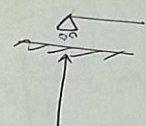
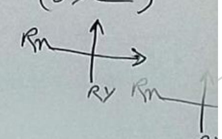
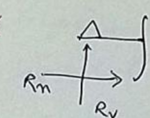


نیروی اصطکاک: که داریم روی زمین حرکت می‌دهیم

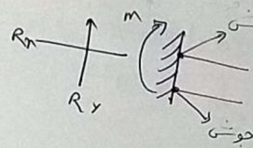
N: یعنی وقتی جسم روی زمین ایستاده‌ایم پس نیروی زمین هم در خلاف جهت mg ، N است یعنی
وارد می‌شود و اگر نیروی زمین نباشد ما به پایین می‌رویم (مثل ایستادن روی آب)

(11)

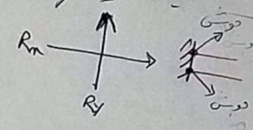
برای بررسی مسائل دوبعدی

نوع تماس	عکس العمل (F.B.D)	تعداد مجهول
۱- طناب - زنجیر 	کشش کابل / کشش	یک مجهول یعنی نیروی کشش که در امتداد کابل به سمت خارج اثر کنند
۲- میله 	بصورت کشش یا فشار	یک مجهول عکس العمل نیرویی است که در امتداد میله بصورت کشش یا فشار اثر کنند.
۳- سطح تماس صیقلی		یک مجهول عکس العمل نیرویی است که در نقطه عمود بر سطح وجود دارد.
۴- سطح تماس زبر  تماس دو جسم		دو مجهول عکس العمل عبارتند از دو مولفه نیرو، یکی عمود و دیگری در امتداد سطح تماس دو جسم.
۵- تکیه گاه غلتکی 		این تکیه گاه در جهت تماس بر سطح حرکت می‌کنند پس در راستای افقی نیرو ندارد. مجهول نیرو در نقطه اثر تکیه گاه در جهت عمود بر سطح تماس اثر می‌کنند.
۶- تکیه گاه مفصلی (ثابت) 		از آنجا که این تکیه گاه در برابر حرکت هم افقی هم عمودی مقاومت می‌کند (آزادی دوران دارد) در حالیکه در جهت افقی و قائم جابجایی در حرکت است پس برای این نوع تکیه گاه دو نوع قید داریم و دو نوع مجهول می‌توانیم در نظر بگیریم.

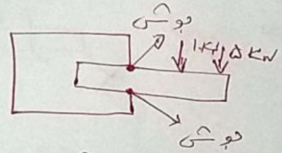
☆ این نوع تکیه‌گاه در برابر حرکت در راستای افقی و در راستای قائم مقاومت می‌کند پس برای این تکیه‌گاه ۳ مجهول در نظر می‌گیریم



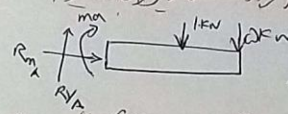
☆ ۷- تکیه‌گاه گیردار



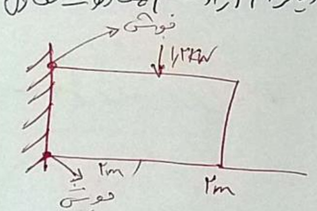
مثال: دیاگرام آزاد شکل زیر را رسم کنید!

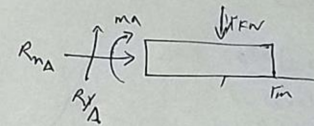


دیاگرام آزاد جسم:



مثال: مطلوب است محاسبه مجهولات تکیه‌گاهی در شکل زیر: برای محاسبه مجهولات تکیه‌گاهی ابتدا باید حرکت نکند و در حال تعادل هستند. پس از رسم دیاگرام آزاد جسم معادلات تعادل را اعمال کنیم.





شرط تعادل
$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum F_z = 0 \end{cases}$$

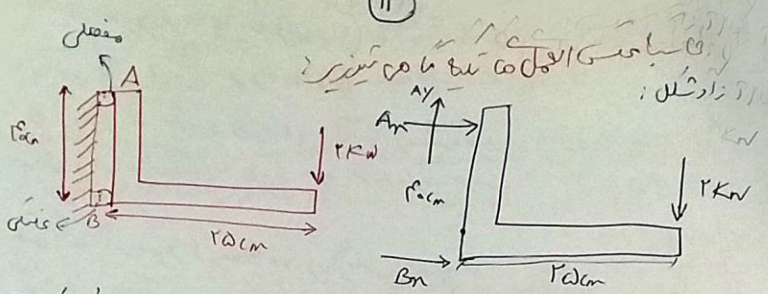
$$\overset{+}{\rightarrow} \sum F_x = 0 \longrightarrow R_{x_A} = 0$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \longrightarrow R_{y_A} - 1.2 = 0 \rightarrow \boxed{R_{y_A} = 1.2\,kN}$$

$$\overset{+}{\circlearrowleft} \sum m_A = 0 \longrightarrow 1.2(2) + m_A = 0 \Rightarrow \boxed{m_A = -2.4\,kN}$$

عکس‌العمل‌هایی که تکیه‌گاه‌ها می‌پذیرند

از روی شکل:



برای بدست آوردن مجهول ها مهم نیست که معادلات تعادل به ترتیب نوشته شوند
مهم این است که از کدام معادله زودتر استفاده کنیم و مجهول سریعتر بدست آید.

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \longrightarrow A_y - 2 = 0 \longrightarrow \boxed{A_y = 2}$$

$$\overset{+}{\circlearrowright} \sum M_A = 0 \longrightarrow 2(25) - B_x(40) \longrightarrow \boxed{B_x = 1.25}$$

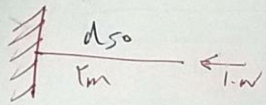
$$\xrightarrow{+} \sum F_x = 0 \longrightarrow A_x + \underbrace{B_x}_{1.25} \longrightarrow \boxed{A_x = -1.25}$$

★ نکته: راستای Bx را گرفتیم و جهت انگشت به سمت Ax میگیریم پس وقتی
جهت انگشت را دور فرض کنیم که در خلاف عقربه های ساعت بچرخد پس منفی است.

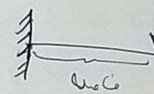
★ نکته: سمت ۲KN و جهت انگشت به سمت میگیریم یعنی Ax که قرار دهیم به کف دستمان رو به
زمین است پس وقتی انگشتان را دور فرض کنیم که در جهت عقربه های ساعت بچرخد
پس + می‌شود

گشتاور نیرو: نیرو × جابجایی (فاصله) و جابجایی باید دو راستا
طول محوری که با راستای نیرو موازی یا متقاطع نباشد.

مثال: وقتی یک شخص وارد با دسته آچار مهره‌ها چرخ ماشین را باز کنند هرچه دسته بلندتر باشد راحت‌تر باز شود و چون نیرو را بیشتر بر دسته آچار را اعمال می‌کنیم.



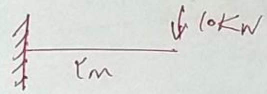
یعنی اینکه اگر نیرو از نقطه مورد نظر بگذرد گشتاور ایجاد نمی‌شود



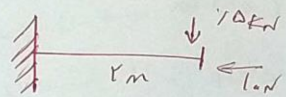
مثال: مهره‌ای که بر سر تخته ... هرچه طول آچار بیشتر باشد ... پس نیرو با فاصله گشتاور در رابطه مستقیم دارد یعنی هرچه نیرو را بیشتر یا فاصله بیشتر باشد گشتاور بیشتر است یا اینکه موقعیتی را می‌خواهیم پیچ ماشین را سفت کنیم هرچه دسته آچار را بلندتر باشد نتیجه بهتر می‌توانیم آچار را سفت و یا شل کنیم.

گشتاور نیروی F نسبت به نقطه O: $M_O = F.d$ — اندازه نیرو — جابجایی

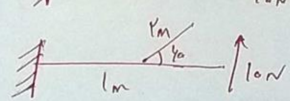
شرایط تعادل:



$M_O = 10\times 2 = 20\ (N.m)$



$M_O = \underbrace{(10\times 0)}_{0} + \underbrace{(0.5\times 2)}_{1} = 1\ (N.m)$



$M_O = (1+2\cos 60)\times 10 = 20\ (N.m)$

(۱۷)

[illegible] مستقیم هستند که به هم متصل شده و بار را به وسیله کشش و فشار تحمل می‌کنند مثل پل

سازه پایدار: سازه‌ای است که در اثر نیروها فرو نریزد

سازه نامعین: چنانچه تحلیل سازه از طریق معادلات استاتیکی قابل حل نباشد سازه نامعین نامیده می‌شود مثل دکل‌های برق

نکته: حساسیت سازه‌ها [illegible] نامعینی بیش از معین [illegible] هر قدر سازه نامعین‌تر باشد [illegible] معادلات [illegible] نامعین است

$۲j = m + a$

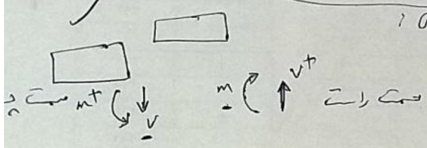
شرط معین بودن خرپا:

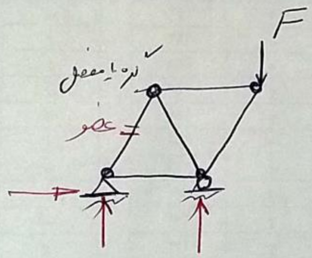
a: نیروی تکیه‌گاهی

j: تعداد مفصل یا گره

m: تعداد عضو

یک نکته:





$a = ۳ =$ نیروی تکیه‌گاهی

$j = ۴ =$ تعداد مفصل یا گره

$m = ۵ =$ تعداد عضو

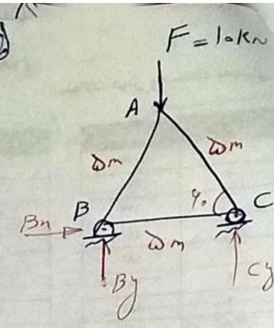
$۲j = m + a$

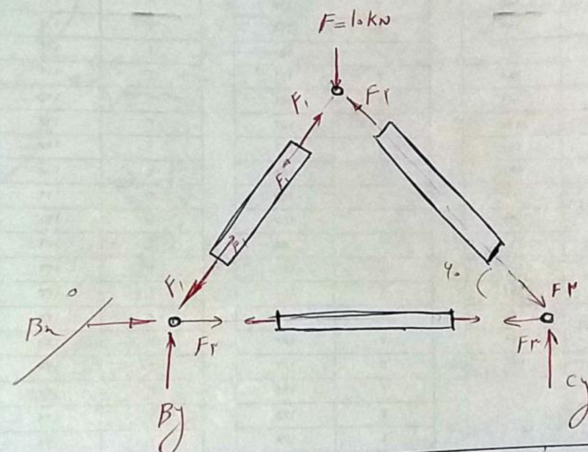
$(۲\times۴) = (۵+۳)$

۸ ۸

نتیجه سازه معین

۱۸





سه مفهوم را مشخص کنید: الف) برآیند نیروها؛ ب) تعادل ج) ...
د) معادلات تعادل ه) هم‌مرکز ...
و) تیر ... (فرش) نامرکز ...

صفحه ۵ (19)

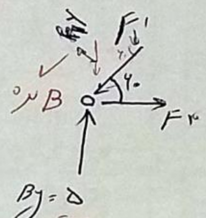
$\sum M_B = 0 \to C_y \times 5 - 10 \times 2.5 = 0$ $\boxed{B_x = 0}$

$\boxed{\to C_y = 5\,KN}$

$\sum F_y = 0 \to B_y + \underset{C_y}{5} - 10 = 0 \to \boxed{B_y = 5\,KN}$

$\sin\theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{F_{1y}}{F_1} \to \sin 60 = \frac{F_{1y}}{F_1} \to F_{1y} = F_1 \sin 60$

$\cos\theta = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}}$



$\sum F_y = 0 \quad \underset{B_y}{5} - F_1 \sin 60 = 0$

$F_1 = \frac{5}{\sin 60} \to F_1 = 5.77$ فشاری

F_{1y} جهت (+)

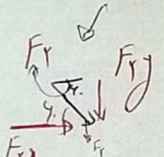
$\sin\theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}$

$\sin 60 = \frac{F_{1y}}{F_1}$

$B_y = 5$

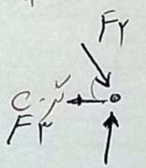
$\sin 60 = \frac{F_{2y}}{F_2 \to \text{وتر}}$

کتاب درسی فرض ... را فشاری در نظر گرفته



$\sum F_y = 0 \quad \underset{C_y}{5} - F_2 \sin 60 = 0$

$\boxed{F_2 = 5.77}$ فشاری



$C_y = 5\,KN$

$\cos\theta = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}}$

$\cos 60 = \frac{F_{2x}}{F_2}$

$F_2 \cos 60 = F_{2x}$

$\sum F_x = 0 \to -F_3 + \overset{5.77}{F_2} \cos 60 = 0$

$F_3 = -2.88$ کششی

(19) صفحه ۵

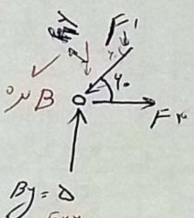
$\sum M_B = 0 \rightarrow C_y \times 5 - 10 \times 2.5 = 0$ $\boxed{B_x = 0}$

$\boxed{\rightarrow C_y = 5\,KN}$

$\sum F_y = 0 \rightarrow B_y + \underset{C_y}{5} - 10 = 0 \rightarrow \boxed{B_y = 5\,KN}$

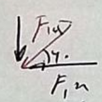
$\sin\theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{F_{1y}}{F_1} \rightarrow \sin 60 = \frac{F_{1y}}{1} \rightarrow F_{1y} = F_1 \sin 60$

$\cos\theta = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}}$



$\sum F_y = 0: \underset{B_y}{5} - F_1 \sin 60 = 0$

$F_1 = \frac{5}{\sin 60} \rightarrow F_1 = 5.77$ فشاری

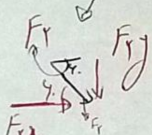


$\sin\theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}$

$\sin 60 = \frac{F_{1y}}{F_1}$

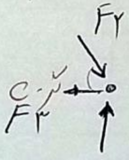
$B_y = 5$

$\sin 60 = \frac{F_{2y}}{F_2 \rightarrow \text{وتر}}$



$\sum F_y = 0: \underset{C_y}{5} - F_2 \sin 60 = 0$

$\boxed{F_2 = 5.77}$ فشاری



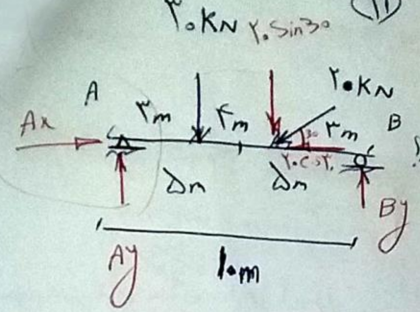
$C_y = 5\,KN$

$\cos\theta = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}}$

$\sum F_x = 0 \rightarrow -F_3 + \overset{5.77}{F_2} \cos 60 = 0$

$F_3 = -2.88$ کششی

$F_2 \cos 60 = F_{2x}$



سوال: شکل اصلی نیروهای تیر کاملی را بدست آورید!

پادساعتگرد +

ساعتگرد −

$$\sum M_A = 0 \rightarrow (B_y \times 10) + (-20\sin 30 \times 7) + (-30 \times 3)$$

$$\boxed{\rightarrow B_y = 11\,KN}$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow A_x - 20\cos 30 = 0$$

$$A_x = 20\cos 30 \rightarrow \boxed{A_x = 17.3\,KN}$$

با توجه به جواب بدست آمده که مثبت می‌باشد نتیجه می‌گیریم که جهت + Ax را که در ابتدا در نظر گرفتیم درست فرض کرده‌ایم.

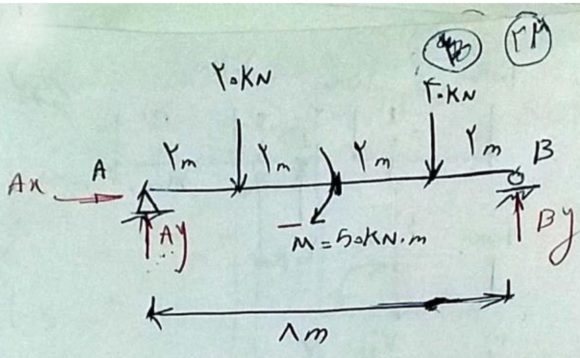
$$\sum F_y = 0 \rightarrow A_y + B_y - 20\sin 30 = 0$$

$$\rightarrow A_y + 11\,KN - 20\sin 30 = 0$$

$$A_y = -11 + 20\sin 30$$

$$\boxed{\rightarrow A_y = 19\,KN}$$

پس در اینجا هم با توجه به مثبت شدن Ax پس جهت Ay را + در نظر گرفتیم پس درست فرض کردیم.



$\sum F_x = 0 \rightarrow \boxed{A_x = 0}$

$\sum M_A = 0 \rightarrow (B_y \times 8) + (-40 \times 6) + (-50) + (-$

جهت گشتاور ساعتگرد بوده (−)

$$\Rightarrow \boxed{B_y = 41{,}25\,KN}$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow A_y + 41{,}25 - 20 - 40 = 0$$

$$\boxed{\rightarrow A_y = 18{,}75\,KN}$$

$-15 - V = 0$ برشی اول

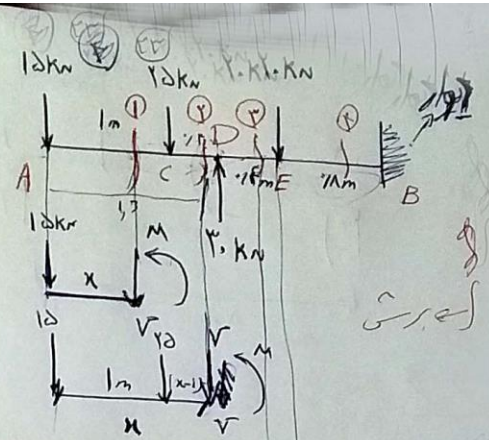
$\boxed{V = -15\,kN}$

$\sum M_C = 0 \rightarrow 15x + M = 0$

①

$\boxed{M = -15x}$

$1 \geq x \geq 0$



② $\sum F_y = 0 \rightarrow -V - 25 - 15 = 0$ برشی دوم

$-V - 40 = 0 \rightarrow \boxed{V = -40}$

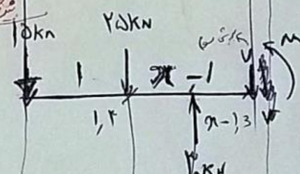
$\sum M_D = 0 \rightarrow M - 25(x-1) - 15x = 0$

$\rightarrow M - 25x + 25 - 15x$

$M - 40x + 25 \rightarrow \boxed{M = 40x - 25}$

$1.3 \geq x \geq 1$

برشی سوم: (از 15kN فاصله است شروع شود x)



$\sum F_y = 0 \rightarrow -V - 15 - 25 + 30 = 0$ برشی سوم

$\rightarrow -V - 40 + 30 = 0$

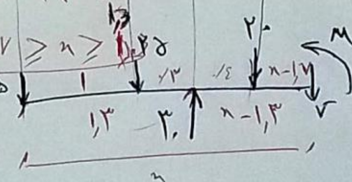
$-V - 10 = 0 \rightarrow \boxed{V = -10\,kN}$

$\sum M_E = 0 \rightarrow M + (15x) + (25(x-1)) + (-30(x-1.3))$

$M + 15x + 25x - 25 - 30x + 39 = 0$

$\boxed{M = -10x - 14}$ $1.7 \geq x \geq 1.3$

برشی چهارم:



۲۴ ۲۵

$\Sigma F_y = 0 \rightarrow -V - 20 + 30 - 25 - 15 = 0$

$-V - 60 + 30 = 0$

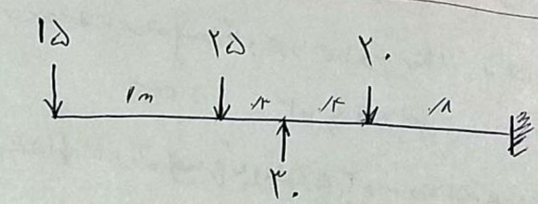
$-V - 30 = 0 \rightarrow \boxed{V = -30\,kN}$

۲۵ تا $\underline{V}$ ۱٫۷ را x در نظر گرفته می‌شود
هم از ۱۵ تا ۲۵ و … شروع
۲۵ تا $\underline{V}$ و شود $(x-1)$

$\Sigma M_B = 0 \longrightarrow M + (20(x-1.7)) + (-30(x-1.3))$
$+ (25(x-1) + (15x)) = 0$

$\Sigma M_B = 0 \rightarrow \boxed{M = -30x + 20}$

$2.5 \geq x \geq 1.7$

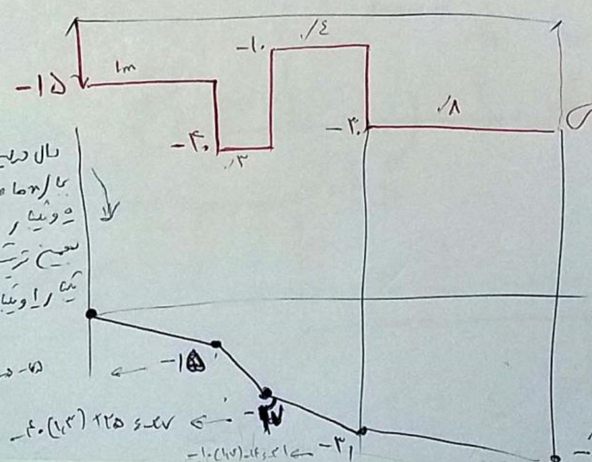


در بررسی ۰٫۸ چون نیرویی وجود ندارد … ۰٫۸ را در نظر گرفتیم … دیگر … ۰٫۸ را در نظر گرفتیم (یعنی فاصله)

دیاگرام نیروی برشی

$0 \leq x \leq 1$

حال … نیروها … قرار دهیم … و … را قرار دهیم. یعنی … را … قرار دهیم

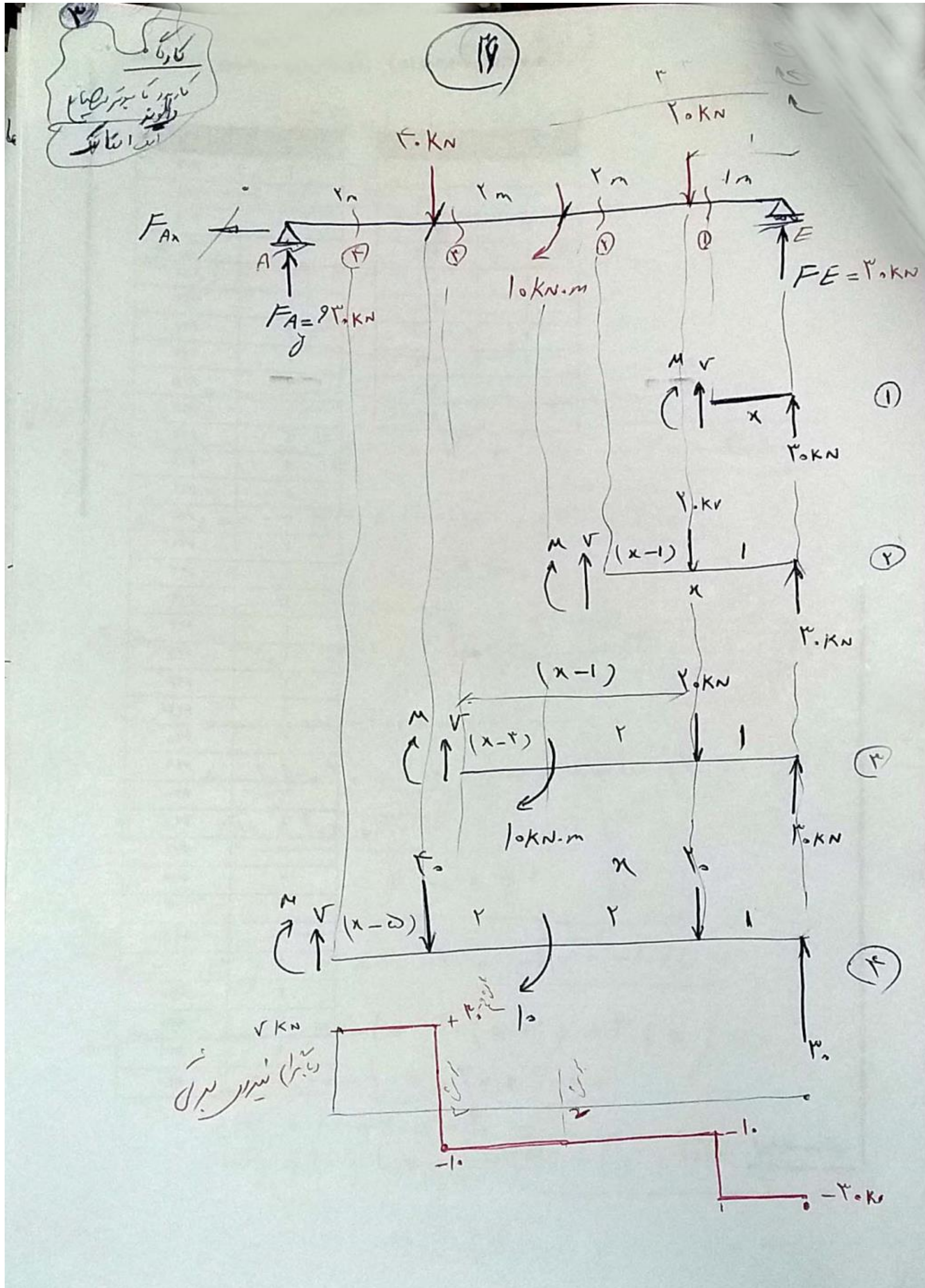


$-15(1) = -15$

$-40(1.3) + 25 = -27$

$-30(1.7) + \ldots = -31$

$m = -30(2.5) + 20$
$= -55$



۱۶
۴۰kN
۲۰kN
۲m
۱m
10kN.m
FE = ۳۰kN
(x-1)
(x-۲)
(x-۵)
-۳۰kN

$$\Sigma M_A = 0 \rightarrow (F_E \times 9) + (-20 \times 6) + (-10) + (-40 \times$$

$$= 0 \rightarrow \boxed{F_E = 30\,kN}$$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow F_A + \overset{F_E}{30} - 20 - 40 = 0 \rightarrow$$

$$\boxed{F_A = 30\,kN}$$

[illegible]

① برش $\quad \Sigma F_y = 0 \rightarrow V + 30 = 0 \rightarrow \boxed{V = -30\,kN}$ ✓

$$\Sigma M_1 = 0 \rightarrow -M + 30x = 0 \rightarrow \boxed{M = 30x}$$

$$1 \geq x > 0$$ ✓

② برش $\quad \Sigma F_y = 0 \rightarrow V + 30 + (-20) = 0 \rightarrow \boxed{V = -10\,kN}$ ✓

$$\Sigma M_2 = 0 \rightarrow -M - 20(x-1) + 30x = 0$$

$$-M - 20x + 20 + 30x = 0 \rightarrow -M + 10x + 20 = 0$$

$$\boxed{M = 10x + 20}$$

$$3 \geq x \geq 1$$ ✓

③ برش $\quad \Sigma F_y = 0 \quad V + 30 - 20 = 0 \rightarrow \boxed{V = -10\,kN}$ ✓

$$\Sigma M_3 = 0 \rightarrow -M - 10 - 20(x-1) + 30(x) = 0$$

$$-M - 10 - 20x + 20 + 30x = 0$$

$$-M - 10 + 10x + 20 = 0$$

$$-M + 10 + 10x = 0 \rightarrow \boxed{M = 10 + 10x}$$

$$5 > x \geq 3$$

۲۸

$$\sum F_y = ۰ \longrightarrow V + ۳۰ - ۴۰ - ۲۰ = ۰$$

$$\boxed{V = ۳۰ \, kN}$$

$$\sum M_F = ۰ \longrightarrow -M - ۱۰ - ۴۰ (x - ۵) - ۲۰ (x - ۱) + ۳۰ (x$$

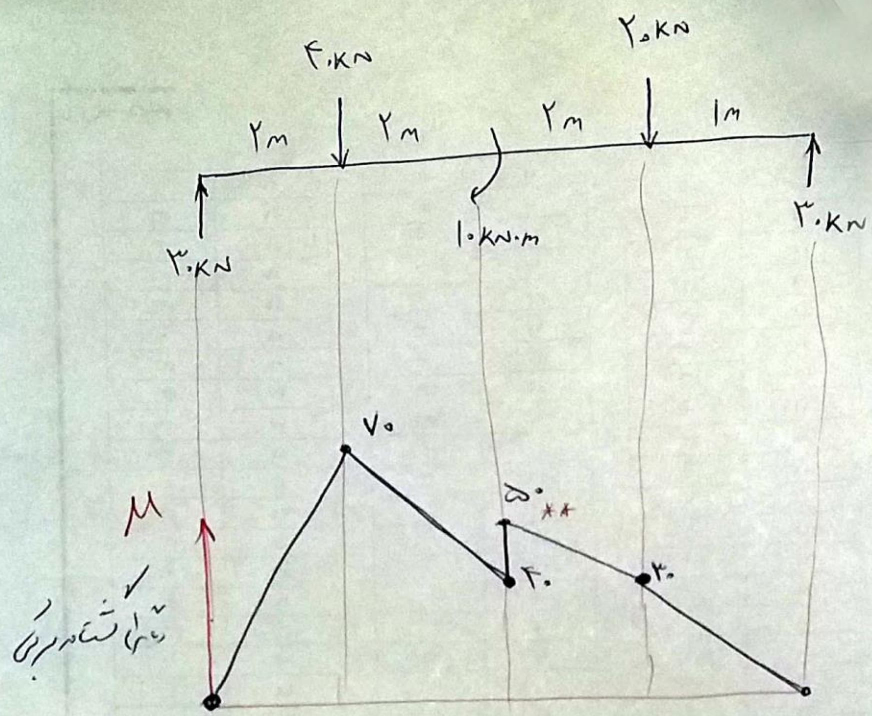
$$-M - ۱۰ - ۴۰ x + ۲۰۰ - ۲۰ x + ۲۰ + ۳۰ x = ۰$$

$$-M - ۱۰ - ۳۰ x + ۲۰۰ + ۲۰ = ۰$$

$$-M + ۲۱۰ - ۳۰ x = ۰$$

$$\boxed{M = ۲۱۰ - ۳۰ x}$$

$$۷ \geq x \geq ۵$$



در M بدست آمده جای x عدد صفر را قرار میدهیم.
۱ طبق مثال قطع برش ①

۱ ≥ x ≥ ۰

$\boxed{M = +۳۰x}$

۳۰ × (۰) = ۰

۳۰ × (۱) = ۳۰

** چون با کوپل متمرکز برخورد کرده ایم

۵۰ − ~~۱۰~~ = ۴۰ می‌شود