



به نام خدا

## بررسی سیستمهای قدرت 2

غلامرضا کامیاب

1

### مراجع

- 1- "نظریه سیستمهای انرژی الکتریکی" تألیف الگرد ترجمه مهندس طباطبائی
- 2- "بررسی سیستمهای مدرن انرژی الکتریکی" تألیف نگرس ترجمه مهرداد عابدی
- 3- "مبانی سیستمهای قدرت الکتریکی" تألیف استیونسن ترجمه های مختلف دارد
- 4- "تحلیل سیستم قدرت" تألیف برگن
- 5- "سیستمهای قدرت الکتریکی" تألیف احد کاظمی
- 6- "سیستمهای قدرت الکتریکی" تألیف هادی سعادت
- ...

2

## مباحث

- فصل اول : پخش بار
- فصل دوم : پخش بار اقتصادي
- فصل سوم : محاسبات اتصال کوتاه متقارن
- فصل چهارم : محاسبات اتصال کوتاه نامتقارن
- فصل پنجم : پايداري گذراي سيستم قدرت
- فصل ششم : کنترل ديناميكي سيستم قدرت

3

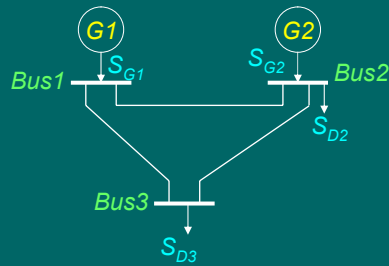
## فصل اول: مطالعه پخش بار

- سيستم قدرت: تعدادي **باس** (شين) كه توسط **خطوط** انتقال به هم متصل اند.
- **ژنراتورها** توان را به **باسها** وارد مي كنند.
- **بارها** توان را از **باسها** خارج مي كنند.
- **پخش بار** يعني حل سيستم قدرت در حالت **پايدار**

4

## مدلسازي سيستم قدرت:

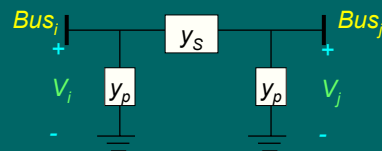
دياگرام تک خطي یک سيستم قدرت:  
 بعنوان مثال دياگرام یک سيستم قدرت سه باسه:



5

## مدل خط انتقال:

- مدل خط کوتاه (فقط یک امپدانس سری) که حالت خاصی از مدل پی است
- مدل خط متوسط (مدل پی نامی)
- مدل خط طویل (مدل پی معادل)

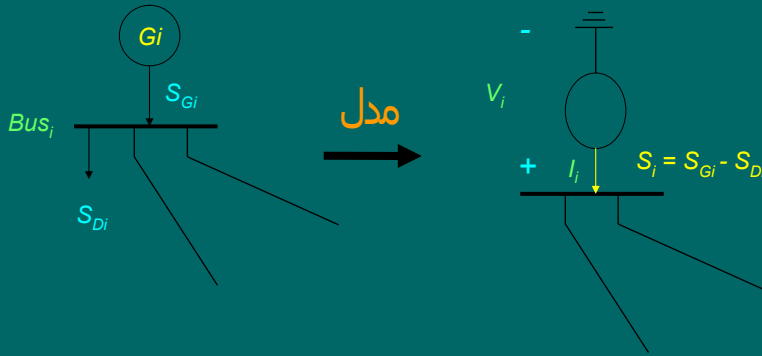


$$y_s = \frac{1}{Z_{Sij}}$$

$$y_p = \frac{y_{pij}}{2}$$

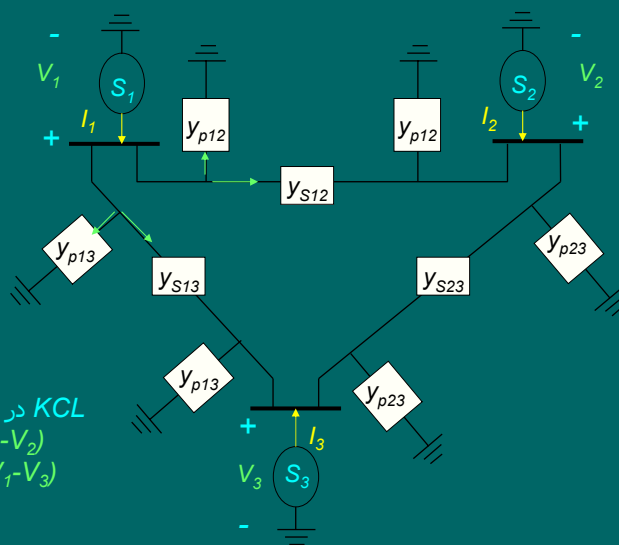
6

## مدل باس:



7  
 $V_i$  ولتاژ باس  $i$   
 $I_i$  جریان باس  $i$   
 $S_i$  توان مختلط تزریقی (خالص) باس  $i$  (توان تولیدی منهای توان مصرفی)

## مدل سیستم سه باسه:



KCL در باس 1:

$$I_1 = y_{p12} \cdot V_1 + y_{s12} \cdot (V_1 - V_2) + y_{p13} \cdot V_1 + y_{s13} \cdot (V_1 - V_3)$$

8

## روابط ولتاژ و جریان سیستم سه باسه:

پس از نوشتن KCL در هر سه باس داریم:

$$\begin{aligned} I_1 &= y_{p12} \cdot V_1 + y_{s12} \cdot (V_1 - V_2) + y_{p13} \cdot V_1 + y_{s13} \cdot (V_1 - V_3) \\ I_2 &= y_{p12} \cdot V_2 + y_{s12} \cdot (V_2 - V_1) + y_{p23} \cdot V_2 + y_{s23} \cdot (V_2 - V_3) \\ I_3 &= y_{p13} \cdot V_3 + y_{s13} \cdot (V_3 - V_1) + y_{p23} \cdot V_3 + y_{s23} \cdot (V_3 - V_2) \end{aligned}$$

پس از مرتب کردن بر حسب ولتاژها داریم:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} y_{11} &= y_{p12} + y_{p13} + y_{s12} + y_{s13} \\ y_{22} &= y_{p12} + y_{p23} + y_{s12} + y_{s23} \\ y_{33} &= y_{p13} + y_{p23} + y_{s13} + y_{s23} \\ y_{12} &= y_{21} = -y_{s12} \\ y_{13} &= y_{31} = -y_{s13} \\ y_{23} &= y_{32} = -y_{s23} \end{aligned}$$

9

## خلاصه روابط ولتاژ و جریان

$$I_{bus} = Y_{bus} \cdot V_{bus} \quad \text{شکل فشرده ماتریسی:}$$

$$I_{bus} = \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} \quad Y_{bus} = \begin{bmatrix} y_{11} & \cdots & y_{1n} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ y_{n1} & \cdots & y_{nn} \end{bmatrix} \quad V_{bus} = \begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} \quad \text{که:}$$

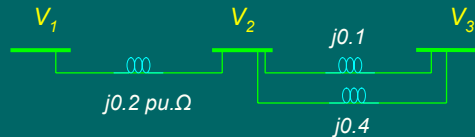
(مجموع ادمیتانسهای متصل به باس  $i$ ) = عناصر قطری  $y_{ii}$   
 (منهای ادمیتانس متصل به هر دو باس  $i, k$ ) = عناصر غیر قطری  $y_{ik}$

$$I_i = \sum_{k=1}^n y_{ik} \cdot V_k \quad \text{جریان تزریقی باس } i:$$

10

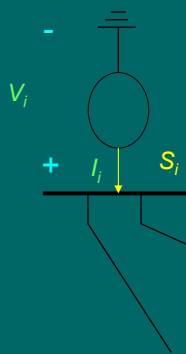
## تمرین

برای سیستم قدرت شکل زیر ماتریس ادمیتانس را بدست آورید.



11

## معادلات پخش بار



$$S_i = P_i + jQ_i = V_i I_i^* = V_i \left( \sum_{k=1}^n y_{ik} \cdot V_k \right)^*$$

پس از مزدوج کردن دو طرف معادله فوق  
شکل مختلط معادلات پخش بار بدست می  
آید:

$$P_i - jQ_i = V_i^* \left( \sum_{k=1}^n y_{ik} \cdot V_k \right) \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, n$$

12

## شکل حقیقی معادلات پخش بار

بیان متغیرها به شکل قطبی:  $V_i = |V_i|e^{j\delta_i}$   $V_k = |V_k|e^{j\delta_k}$   $y_{ik} = |y_{ik}|e^{j\theta_{ik}}$

جایگذاری متغیرهای قطبی در شکل مختلط معادلات پخش بار:

$$P_i - jQ_i = V_i^* \left( \sum_{k=1}^n y_{ik} \cdot V_k \right) = (|V_i|e^{j\delta_i})^* \left( \sum_{k=1}^n |y_{ik}|e^{j\theta_{ik}} \cdot |V_k|e^{j\delta_k} \right)$$

پس از ساده سازی داریم:

$$P_i - jQ_i = \sum_{k=1}^n |V_i| |V_k| |y_{ik}| e^{-j(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik})}$$

شکل حقیقی معادلات پخش بار:

$$P_i = \sum_{k=1}^n |V_i| |V_k| |y_{ik}| \cos(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik})$$

$$Q_i = \sum_{k=1}^n |V_i| |V_k| |y_{ik}| \sin(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik})$$

for  $i = 1, 2, \dots, n$

## مشخصات معادلات پخش بار

$$P_i = \sum_{k=1}^n |V_i| |V_k| |y_{ik}| \cos(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik})$$

$$Q_i = \sum_{k=1}^n |V_i| |V_k| |y_{ik}| \sin(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik})$$

for  $i = 1, 2, \dots, n$

- معادلات جبری غیر خطی هستند.
- $2n$  معادله داریم ( $n$  تعداد باسهاست).
- هر باس 4 متغیر (توان اکتیو، توان راکتیو، اندازه و زاویه ولتاژ) دارد.
- پس  $4n$  متغیر وجود دارد.
- در هر باس دو متغیر معلوم است.

## انواع باسها با توجه به متغیرهای معلوم:

$\delta$	$ V $	$Q_i = Q_{Gi} - Q_{Di}$	$P_i = P_{Gi} - P_{Di}$	نوع باس/متغیر
مجهول	مجهول	معلوم	معلوم	باس مصرفی (PQ)
مجهول	معلوم	مجهول	معلوم	باس کنترل ولتاژ (PV)
معلوم	معلوم	مجهول	مجهول	باس مبنا (اسلک)

15

## باس مصرفی (بار):

- کلیه توانهای اکتیو و راکتیو تولیدی و مصرفی معلوم اند.
- اندازه و زاویه ولتاژ باس باید توسط پخش بار تعیین شود.

16



## باس کنترل ولتاژ (PV):

- اندازه ولتاژ با تزریق یا جذب توان راکتیو ( $Q_G$ ) توسط یک ژنراتور و یا یک بانک خازنی در یک مقدار ثابت کنترل می شود.

$$\text{If } Q_G^{\min} \leq Q_G \leq Q_G^{\max} \quad \text{Then } |V| = |V|^{Spec}$$

17

## باس مبنا (اسلک):

- باس اسلک توازن قدرت در شبکه را برقرار می کند.
- هر سیستم قدرت تنها یک باس اسلک دارد.
- معمولاً زاویه آن صفر و مبنا فرض می شود.
- اندازه ولتاژ آن همواره در یک مقدار ثابت کنترل می شود.

$$P_1 = -(P_2 + P_3 + \dots + P_n)$$

$$V_1 = |V_1|^{Spec} < 0$$

18

## انواع متغیرها از نظر رابطه علت و معلولی:

- 1- متغیرهای **اغتشاش**: توانهای اکتیو و راکتیو **مصرف کنندگان** ( $Q_D$  و  $P_D$ ) هستند که توسط مصرف کنندگان تغییر می کنند و غیر قابل کنترل ما هستند.
- 2- متغیرهای **کنترل** (مستقل): توانهای تولیدی **ژنراتورها** که با تغییر آنها ولتاژ و توان خطوط را کنترل می کنیم.
- 3- متغیرهای **حالت** (وابسته): **ولتاژ** **باسبایند** که با تغییر متغیرهای اغتشاش و کنترل، آنها هم تغییر می کنند و حالت سیستم را عوض می کنند.

19

## روشهای حل معادلات پخش بار:

- روشهای تکرار هستند.
- 1- روش **گوس سایدل** (GS).
- 2- روش **نیوتن-رافسون** (NR).

20

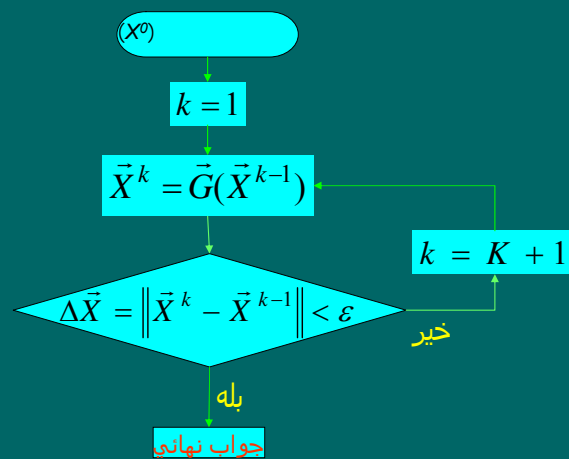
## روش گوس سایدل:

شکل معادلات پخش بار:

$$\begin{cases} f_1(x_1, \dots, x_n) = 0 \\ f_2(x_1, \dots, x_n) = 0 \\ \vdots \\ f_n(x_1, \dots, x_n) = 0 \end{cases} \longrightarrow \vec{F}(\vec{X}) = 0 \longrightarrow \vec{X} = \vec{G}(\vec{X})$$

21

## الگوریتم حل روش گوس سایدل:



22

## مثال 1-1 روش گوس سایدل:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_1x_2 - 1 = 0 \\ 2x_2 - x_1x_2 + 1 = 0 \end{cases}$$

تبدیل به شکل  $\bar{X} = \bar{G}(\bar{X})$

$$\begin{cases} x_1 = 0.5 - 0.5x_1x_2 = g_1(x_1, x_2) \\ x_2 = -0.5 + 0.5x_1x_2 = g_2(x_1, x_2) \end{cases}$$

فرض اولیه:  $\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \end{cases}$

تکرار اول:  $\begin{cases} x_1 = g_1(0,0) = 0.5 - 0.5 \times 0 \times 0 = 0.5 \\ x_2 = g_2(0.5,0) = -0.5 + 0.5 \times 0.5 \times 0 = -0.5 \end{cases}$   $\begin{cases} \Delta x_1 = 0.5 - 0 = 0.5 \\ \Delta x_2 = -0.5 - 0 = -0.5 \end{cases}$   $\|\Delta X\| = 0.5$

تکرار دوم:  $\begin{cases} x_1 = g_1(0.5, -0.5) = 0.625 \\ x_2 = g_2(0.625, -0.5) = -0.65625 \end{cases}$   $\begin{cases} \Delta x_1 = 0.625 - 0.5 = 0.125 \\ \Delta x_2 = -0.65625 - (-0.5) = -0.15625 \end{cases}$   $\|\Delta X\| = 0.15625$

تکرار سی و هفتم:  $\begin{cases} x_1 = 0.9629 \\ x_2 = -0.9634 \end{cases}$   $\|\Delta X\| = 0.00096$

23

## معادلات پخش بار برای روش گوس سایدل:

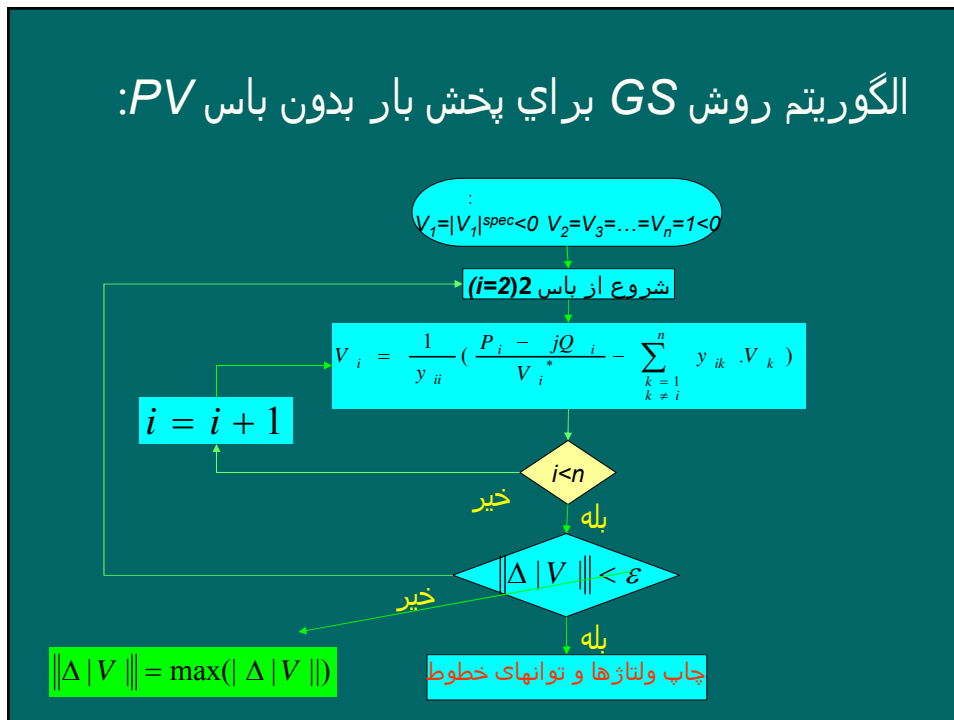
شکل مختلط معادلات پخش بار:  $P_i - jQ_i = V_i^* \left( \sum_{k=1}^n y_{ik} V_k \right)$  for  $i = 1, 2, \dots, n$

جدا کردن جمله  $i$  ام از سیگما:  $P_i - jQ_i = V_i^* \left( y_{ii} V_i + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n y_{ik} V_k \right)$

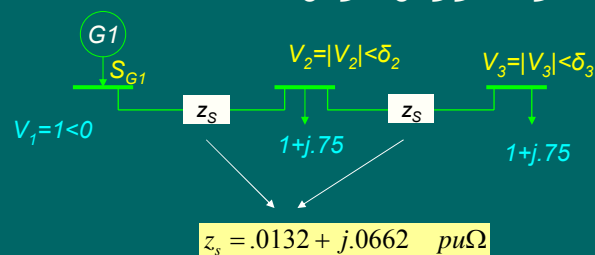
فرمول محاسبه  $V_i$  در روش GS:  $V_i = \frac{1}{y_{ii}} \left( \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n y_{ik} V_k \right)$

24

## الگوریتم روش GS برای پخش بار بدون باس PV:



## مثال 2-1: پخش بار به روش گوس-سایدل



ولتاژ باسهای 2 و 3 را پس از دو مرحله تکرار به روش گوس-سایدل پیدا کنید؟

حل:

محاسبه توانهای تزریقی باسها:

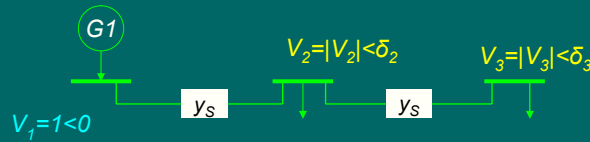
$$P_2^{sch} = P_{G2} - P_{D2} = 0 - 1 = -1$$

$$P_3^{sch} = P_{G3} - P_{D3} = 0 - 1 = -1$$

$$Q_2^{sch} = Q_{G2} - Q_{D2} = 0 - 0.75 = -0.75$$

$$Q_3^{sch} = Q_{G3} - Q_{D3} = 0 - 0.75 = -0.75$$

## ادامه حل مثال 1-2 (محاسبه ماتریس ادمیتانس باسها):



$$y_s = 1 / z_s = 1 / (.0132 + j.0662) = 14.81 \angle -78.7$$

عناصر قطری:

$$y_{11} = y_{33} = y_s = 14.81 \angle -78.7$$

$$y_{22} = 2 y_s = 29.62 \angle -78.7$$

عناصر غیر قطری:

$$y_{12} = y_{21} = y_{23} = y_{32} = -y_s = 14.81 \angle (-78.7 + 180) = 14.81 \angle 101.3$$

$$y_{13} = y_{31} = 0$$

27

## ادامه حل مثال 1-2 (تکرار اول):

$$V_1 = |V_1|^{spec} \angle 0 = 1 \angle 0 \quad V_2 = V_3 = 1 \angle 0 \quad \text{مقادیر پیش فرض ولتاژ:}$$

$$V_i = \frac{1}{y_{ii}} \left( \frac{P_i^{sch} - jQ_i^{sch}}{V_i^*} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n y_{ik} \cdot V_k \right)$$

$$V_2 = \frac{1}{y_{22}} \left( \frac{P_2^{sch} - jQ_2^{sch}}{V_2^*} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq 2}}^3 y_{2k} \cdot V_k \right) = \frac{1}{y_{22}} \left( \frac{P_2^{sch} - jQ_2^{sch}}{V_2^*} - y_{21} \cdot V_1 - y_{23} \cdot V_3 \right)$$

$$V_2 = \frac{1}{29.62 \angle -78.69} \left( \frac{-1 - j(-.75)}{(1 \angle 0)^*} - (14.81 \angle 101.3) \cdot (1 \angle 0) - (14.81 \angle 101.3) \cdot (1 \angle 0) \right) = 0.96897 \angle -1.66$$

$$V_3 = \frac{1}{y_{33}} \left( \frac{P_3^{sch} - jQ_3^{sch}}{V_3^*} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq 3}}^3 y_{3k} \cdot V_k \right) = \frac{1}{y_{33}} \left( \frac{P_3^{sch} - jQ_3^{sch}}{V_3^*} - y_{31} \cdot V_1 - y_{32} \cdot V_2 \right)$$

$$V_3 = \frac{1}{14.81 \angle -78.71} \left( \frac{-1 - j(-.75)}{(1 \angle 0)^*} - (0 \times (1 \angle 0)) - (14.81 \angle 101.3) \cdot (0.96897 \angle -1.66) \right) = 0.909616 \angle -5.32$$

28

## ادامه حل مثال 2-1 :

$$\Delta V_2 = |V_2^{new}| - |V_2^{old}| = 0.96897 - 1 = -0.03103$$

بررسی همگرایی:

$$\Delta V_3 = |V_3^{new}| - |V_3^{old}| = 0.909616 - 1 = -0.09038$$

$$\|\Delta V\| = 0.09038 > \varepsilon = 0.0005$$

## تکرار دوم :

$$V_1 = |V_1|^{spec} < 0 = 1 < 0$$

$$V_2 = 0.96897 < -1.66$$

مقادیر ولتاژها:

$$V_3 = 0.909616 < -5.32$$

## جواب های نهایی بعد از 22 تکرار :

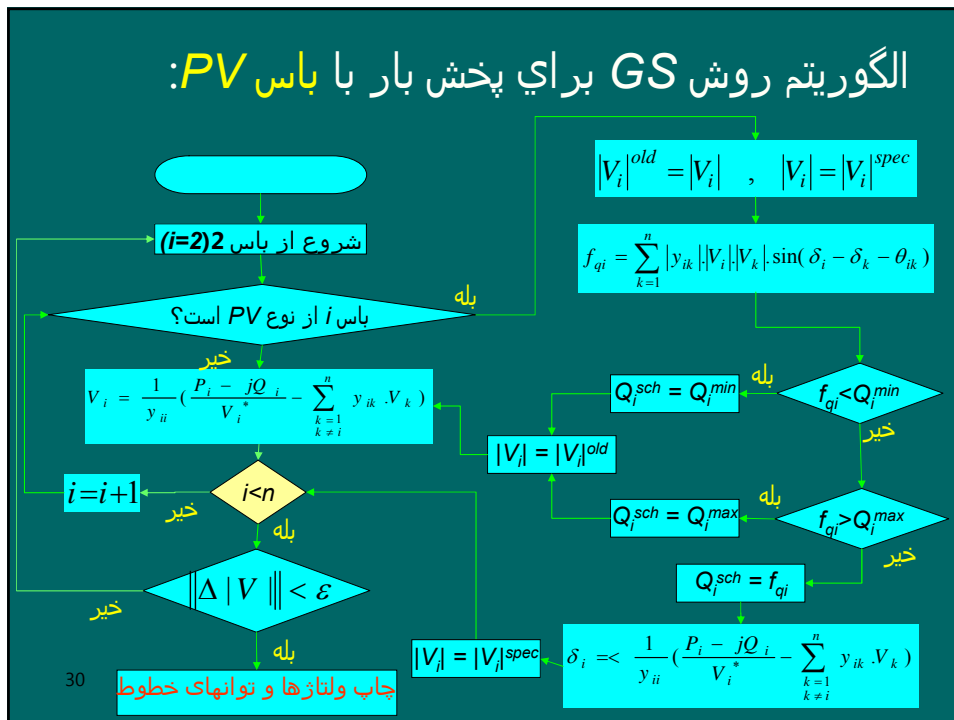
$$V_1 = |V_1|^{spec} < 0 = 1 < 0$$

$$V_2 = 0.8214 \angle -7.8779^\circ$$

$$V_3 = 0.7319 \angle -13.2509^\circ$$

29

## الگوریتم روش GS برای پخش بار با باس PV:



## نحوه انتخاب مقادیر پیش فرض اولیه ولتاژ برای هر دو روش GS و NR :

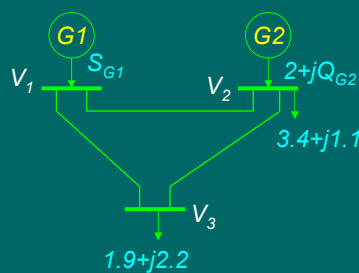
$$V_1 = |V_1|^{spec} < 0 \quad \text{برای باس مبنا :}$$

$$V_i = |V_i|^{spec} < 0 \quad \text{برای باسهای کنترل ولتاژ (PV):}$$

$$V_i = 1 < 0 \quad \text{برای باسهای مصرفی (PQ):}$$

31

## مثال 1-3: پخش بار به روش گوس سایدل با باس PV



در سیستم قدرت فوق ادمیتانسهای مدل پی تمام خطوط عبارتند از :  
 $y_s = -j8.7 \quad y_p = 0$

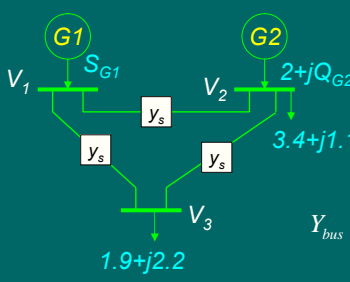
باس 1، باس مبنا با ولتاژ  $V_1 = 1.02 < 0$   
 باس 2، از نوع PV با  $|V_2|^{spec} = 1.01$  برای  $1 \leq Q_{G2} \leq 2$

ولتاژ باسهای 2 و 3 را پس از یک مرحله تکرار به روش گوس-سایدل پیدا کنید؟

32



**حل مثال 3-1 :**  
محاسبه ماتریس ادمیتانس باسها:



$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} 2y_s & -y_s & -y_s \\ -y_s & 2y_s & -y_s \\ -y_s & -y_s & 2y_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j17.4 & j8.7 & j8.7 \\ j8.7 & -j17.4 & j8.7 \\ j8.7 & j8.7 & -j17.4 \end{bmatrix}$$

محاسبه توانهای تزریقی باسها:

$$1 \leq Q_{G2} \leq 2$$

$$1 - 1.1 \leq Q_2^{Sch} = Q_{G2} - Q_{D2} \leq 2 - 1.1$$

$$-0.1 \leq Q_2^{Sch} \leq 0.9$$

$P_2^{sch} = P_{G2} - P_{D2} = 2 - 3.4 = -1.4$   
 $P_3^{sch} = P_{G3} - P_{D3} = 0 - 1.9 = -1.9$   
 $Q_3^{sch} = Q_{G3} - Q_{D3} = 0 - 2.2 = -2.2$

33

**ادامه حل مثال 3-1 : تکرار اول:**

$$V_1 = 1.02 < 0 \quad V_2 = |V_2|^{spec} < 0 = 1.01 < 0 \quad V_3 = 1 < 0$$

$$f_{q2}^{(0)} = \sum_{k=1}^n |y_{2k}| |V_2| |V_k| \sin(\delta_2 - \delta_k - \theta_{2k})$$

$$= |y_{21}| |V_2| |V_1| \sin(\delta_2 - \delta_1 - \theta_{21}) + |y_{22}| |V_2| |V_2| \sin(\delta_2 - \delta_2 - \theta_{22}) + |y_{23}| |V_2| |V_3| \sin(\delta_2 - \delta_3 - \theta_{23})$$

$$= 8.7 \times 1.01 \times 1.02 \times \sin(0 - 0 - 90) + 17.4 \times 1.01 \times 1.01 \times \sin(0 - 0 + 90) + 8.7 \times 1.01 \times 1 \times \sin(0 - 0 - 90)$$

$$= 0$$

چون  $-0.1 < f_{q2} = 0 < 0.9$  در بازه  $Q_2^{sch}$  قرار دارد بنابراین:  $Q_2^{sch} = f_{q2}^{(0)} = 0$

$$V_2 = \frac{1}{y_{22}} \left( \frac{P_2^{sch} - jQ_2^{sch}}{V_2^*} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq 2}}^3 y_{2k} V_k \right)$$

$$= \frac{1}{y_{22}} \left( \frac{P_2^{sch} - jQ_2^{sch}}{V_2^*} - y_{21} V_1 - y_{23} V_3 \right)$$

$$= \frac{1}{-j17.4} \left( \frac{-1.4 - j0}{1.01 < 0} - (j8.7)(1.02 < 0) - (j8.7)(1 < 0) \right) = 1.0131 < -4.51^\circ$$

34

### ادامه حل مثال 1-3 :

$$V_2 = |V_2|^{spec} < -4.51 = 1.01 < -4.51$$

بنابراین

$$\begin{aligned} V_3 &= \frac{1}{y_{33}} \left( \frac{P_3^{sch} - jQ_3^{sch}}{V_3^*} - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq 3}}^3 y_{3k} \cdot V_k \right) \\ &= \frac{1}{y_{33}} \left( \frac{P_3^{sch} - jQ_3^{sch}}{V_3^*} - y_{31} \cdot V_1 - y_{32} \cdot V_2 \right) \\ &= \frac{1}{-j17.4} \left( \frac{-1.9 - j(-2.2)}{1.0 < 0} - (j8.7)(1.02 < 0) - (j8.7)(1.01 < -4.51) \right) = 0.8896 < -9.64^\circ \end{aligned}$$

ولتاژ باسها پس از یک مرحله تکرار:

$$V_1 = 1.02 < 0 \quad V_2 = 1.01 < -4.51 \quad V_3 = 0.8896 < -9.64$$

35

### روش نیوتن-رافسون :

$$\begin{cases} f_1(x_1, \dots, x_n) = f_1^{sch} \\ f_2(x_1, \dots, x_n) = f_2^{sch} \\ \vdots \\ f_n(x_1, \dots, x_n) = f_n^{sch} \end{cases}$$

شکل معادلات پخش بار:

تقریب معادلات با بسط تیلور:

$$\begin{cases} f_1^{(0)} + \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)^{(0)} \Delta x_1 + \dots + \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right)^{(0)} \Delta x_n \cong f_1^{sch} \\ f_2^{(0)} + \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right)^{(0)} \Delta x_1 + \dots + \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_n}\right)^{(0)} \Delta x_n \cong f_2^{sch} \\ \vdots \\ f_n^{(0)} + \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right)^{(0)} \Delta x_1 + \dots + \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right)^{(0)} \Delta x_n \cong f_n^{sch} \end{cases}$$

شکل ماتریسی معادلات:

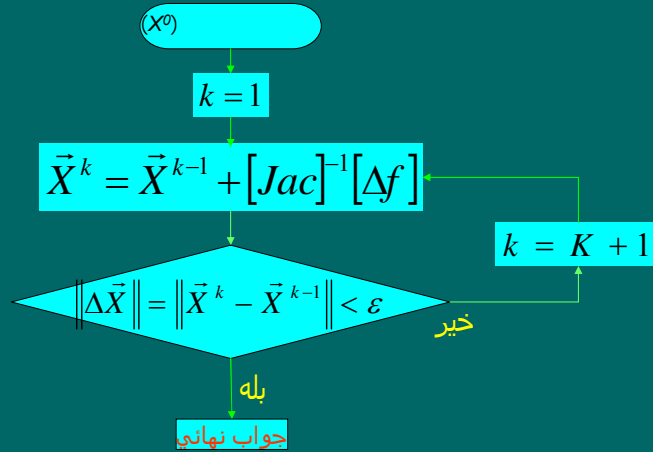
$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}^{(0)} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}^{(0)} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}^{(0)} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}^{(0)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \vdots \\ \Delta x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1^{sch} - f_1^{(0)} \\ \vdots \\ f_n^{sch} - f_n^{(0)} \end{bmatrix}$$

$$[Jac][\Delta X] = [\Delta f]$$

$$[\Delta X] = [Jac]^{-1} \cdot [\Delta f]$$

36

## الگوریتم حل روش نیوتن-رافسون:



37

## مثال 1-4 روش نیوتن-رافسون برای معادله با یک متغیر:

تبدیل به شکل  $f(x) = f^{sch}$   $-x^2 + 3x - 2 = 0$   $\rightarrow$   $f(x) = -x^2 + 3x = 2 = f^{sch}$

فرض اولیه:  $x = 0$

تکرار اول:

$$Jac = \frac{\partial f}{\partial x} = -2x + 3 = -2 \times 0 + 3 = 3$$

$$\Delta f = f^{sch} - f^0 = 2 - (-0^2 + 3 \times 0) = 2$$

$$\Delta x = Jac^{-1} \Delta f = 3^{-1} \times 2 = 0.6667 \Rightarrow \|\Delta x\| = 0.6667 > \epsilon = 0.001$$

$$x^{new} = x^{old} + \Delta x = 0 + 0.6667 = 0.6667$$

تکرار دوم:

$$Jac = \frac{\partial f}{\partial x} = -2x + 3 = -2 \times 0.6667 + 3 = 1.6666$$

$$\Delta f = f^{sch} - f^0 = 2 - (-0.6667^2 + 3 \times 0.6667) = 0.4444$$

$$\Delta x = Jac^{-1} \Delta f = 1.6666^{-1} \times 0.4444 = 0.2667 \Rightarrow \|\Delta x\| = 0.2667 > \epsilon = 0.001$$

$$x^{new} = x^{old} + \Delta x = 0.6667 + 0.2667 = 0.9334$$

تکرار سوم:

$$Jac = \frac{\partial f}{\partial x} = -2x + 3 = -2 \times 0.9334 + 3 = 1.1332$$

$$\Delta f = f^{sch} - f^0 = 2 - (-0.9334^2 + 3 \times 0.9334) = 0.0710$$

$$\Delta x = Jac^{-1} \Delta f = 1.1332^{-1} \times 0.0710 = 0.0627 \Rightarrow \|\Delta x\| = 0.0627 > \epsilon = 0.001$$

$$x^{new} = x^{old} + \Delta x = 0.9334 + 0.0627 = 0.9961$$

38

### مثال 1-5 روش نیوتن-رافسون برای معادله با دو متغیر:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_1x_2 - 1 = 0 \\ 2x_2 - x_1x_2 + 1 = 0 \end{cases} \quad f(x) = f^{sch} \quad \text{تبدیل به شکل} \quad \begin{cases} f_1(x_1, x_2) = 2x_1 + x_1x_2 = 1 = f_1^{sch} \\ f_2(x_1, x_2) = 2x_2 - x_1x_2 = -1 = f_2^{sch} \end{cases}$$

فرض اولیه:  $\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \end{cases}$

تکرار اول:  $[Jac] = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+x_2 & x_1 \\ -x_2 & 2-x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+0 & 0 \\ -0 & 2-0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

$$\Delta \vec{f} = f^{sch} - f^0 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \times 0 + 0 \times 0 \\ 2 \times 0 - 0 \times 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$[\Delta X] = [Jac]^{-1}[\Delta f] = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ -0.5 \end{bmatrix} \Rightarrow \|\Delta X\| = 0.5 > \varepsilon = 0.001$$

$$X^{new} = X^{old} + \Delta X = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.5 \\ -0.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ -0.5 \end{bmatrix}$$

39

### ادامه حل مثال:

تکرار دوم:

$$[Jac] = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+x_2 & x_1 \\ -x_2 & 2-x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+(-0.5) & 0.5 \\ -(-0.5) & 2-0.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.5 & 0.5 \\ 0.5 & 1.5 \end{bmatrix}$$

$$\Delta \vec{f} = f^{sch} - f^0 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \times 0.5 + 0.5 \times (-0.5) \\ 2 \times (-0.5) - 0.5 \times (-0.5) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.25 \\ -0.25 \end{bmatrix}$$

$$[\Delta X] = [Jac]^{-1}[\Delta f] = \begin{bmatrix} 1.5 & 0.5 \\ 0.5 & 1.5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0.25 \\ -0.25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.25 \\ -0.25 \end{bmatrix} \Rightarrow \|\Delta X\| = 0.25 > \varepsilon = 0.001$$

$$X^{new} = X^{old} + \Delta X = \begin{bmatrix} 0.5 \\ -0.5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.25 \\ -0.25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.75 \\ -0.75 \end{bmatrix}$$

40

## روش نیوتن-رافسون برای حل معادلات پخش بار:

$$\begin{cases} P_i^{sch} = f_{pi} = \sum_{k=1}^n |y_{ik}| |V_i| |V_k| \cos(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}) \\ Q_i^{sch} = f_{qi} = \sum_{k=1}^n |y_{ik}| |V_i| |V_k| \sin(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}) \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{معادلات پخش بار:} \\ \text{for } i = 1, 2, \dots, n \end{array}$$

تقریب معادلات با بسط تیلور:

$$\begin{cases} P_i^{sch} \approx f_{pi}^{(0)} + \left(\frac{\partial f_{pi}}{\partial \delta_2}\right)^{(0)} \Delta \delta_2 + \dots + \left(\frac{\partial f_{pi}}{\partial \delta_n}\right)^{(0)} \Delta \delta_n + \left(\frac{\partial f_{pi}}{\partial |V_2|}\right)^{(0)} \Delta |V_2| + \dots + \left(\frac{\partial f_{pi}}{\partial |V_n|}\right)^{(0)} \Delta |V_n| \\ Q_i^{sch} \approx f_{qi}^{(0)} + \left(\frac{\partial f_{qi}}{\partial \delta_2}\right)^{(0)} \Delta \delta_2 + \dots + \left(\frac{\partial f_{qi}}{\partial \delta_n}\right)^{(0)} \Delta \delta_n + \left(\frac{\partial f_{qi}}{\partial |V_2|}\right)^{(0)} \Delta |V_2| + \dots + \left(\frac{\partial f_{qi}}{\partial |V_n|}\right)^{(0)} \Delta |V_n| \end{cases}$$

تغییر متغیر:

$$\begin{cases} P_i^{sch} - f_{pi}^{(0)} \approx \left(\frac{\partial f_{pi}}{\partial \delta_2}\right)^{(0)} \Delta \delta_2 + \dots + \left(\frac{\partial f_{pi}}{\partial \delta_n}\right)^{(0)} \Delta \delta_n + |V_2|^{(0)} \left(\frac{\partial f_{pi}}{\partial |V_2|}\right)^{(0)} \frac{\Delta |V_2|}{|V_2|^{(0)}} + \dots + |V_n|^{(0)} \left(\frac{\partial f_{pi}}{\partial |V_n|}\right)^{(0)} \frac{\Delta |V_n|}{|V_n|^{(0)}} \\ Q_i^{sch} - f_{qi}^{(0)} \approx \left(\frac{\partial f_{qi}}{\partial \delta_2}\right)^{(0)} \Delta \delta_2 + \dots + \left(\frac{\partial f_{qi}}{\partial \delta_n}\right)^{(0)} \Delta \delta_n + |V_2|^{(0)} \left(\frac{\partial f_{qi}}{\partial |V_2|}\right)^{(0)} \frac{\Delta |V_2|}{|V_2|^{(0)}} + \dots + |V_n|^{(0)} \left(\frac{\partial f_{qi}}{\partial |V_n|}\right)^{(0)} \frac{\Delta |V_n|}{|V_n|^{(0)}} \end{cases}$$

41

## ادامه روش نیوتن-رافسون:

نام گذاری جدید ضرائب و متغیرها:

$$\begin{cases} \Delta P_i \approx H_{i2} \Delta \delta_2 + \dots + H_{in} \Delta \delta_n + N_{i2} \frac{\Delta |V_2|}{|V_2|^{(0)}} + \dots + N_{in} \frac{\Delta |V_n|}{|V_n|^{(0)}} \\ \Delta Q_i \approx J_{i2} \Delta \delta_2 + \dots + J_{in} \Delta \delta_n + L_{i2} \frac{\Delta |V_2|}{|V_2|^{(0)}} + \dots + L_{in} \frac{\Delta |V_n|}{|V_n|^{(0)}} \end{cases} \quad \text{for } i = 2, \dots, n$$

شکل ماتریسی:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \vdots \\ \Delta P_n \\ \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{22} & \dots & H_{2n} & N_{22} & \dots & N_{2n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ H_{n2} & \dots & H_{nn} & N_{n2} & \dots & N_{nn} \\ \hline J_{22} & \dots & J_{2n} & L_{22} & \dots & L_{2n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ J_{n2} & \dots & J_{nn} & L_{n2} & \dots & L_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \vdots \\ \Delta \delta_n \\ \frac{\Delta |V_2|}{|V_2|^{(0)}} \\ \vdots \\ \frac{\Delta |V_n|}{|V_n|^{(0)}} \end{bmatrix}$$

شکل فشرده ماتریسی:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \frac{\Delta |V|}{|V|} \end{bmatrix}$$

42

## عناصر ماتریس ژاکوبین:

$$H_{ii} = \left( \frac{\partial f_{pi}}{\partial \delta_i} \right)^{(0)} = - \sum_{k=1}^n |y_{ik}| |V_i| |V_k| \sin(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}) = -f_{pi}^{(0)} - B_{ii} |V_i|^2$$

$$H_{ik} = \left( \frac{\partial f_{pi}}{\partial \delta_k} \right)^{(0)} = |y_{ik}| |V_i| |V_k| \sin(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}) \quad \text{for } k \neq i$$

$$J_{ii} = \left( \frac{\partial f_{qi}}{\partial \delta_i} \right)^{(0)} = - \sum_{k=1}^n |y_{ik}| |V_i| |V_k| \cos(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}) = f_{pi}^{(0)} - G_{ii} |V_i|^2$$

$$J_{ik} = \left( \frac{\partial f_{qi}}{\partial \delta_k} \right)^{(0)} = -|y_{ik}| |V_i| |V_k| \cos(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}) \quad \text{for } k \neq i$$

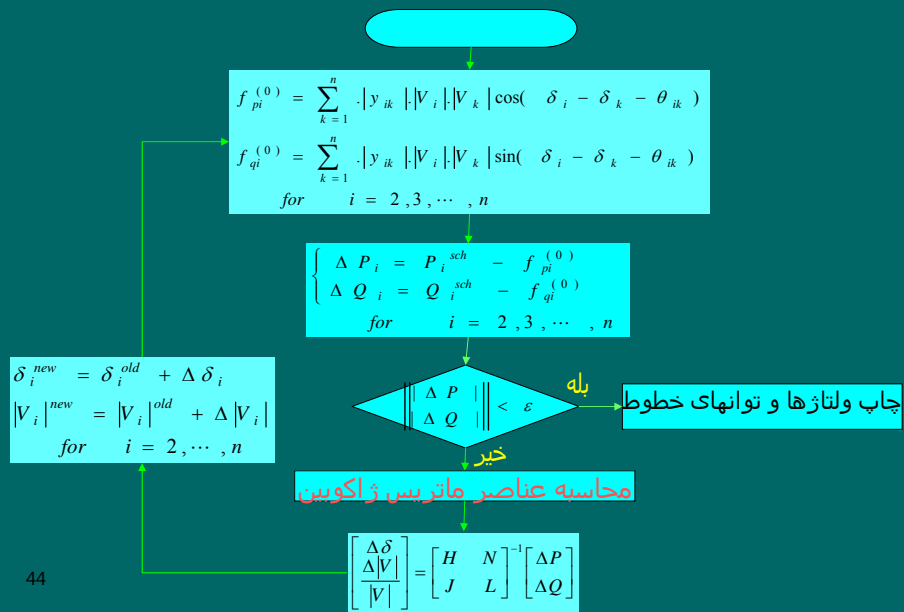
$$N_{ii} = |V_i| \left( \frac{\partial f_{pi}}{\partial |V_i|} \right)^{(0)} = f_{pi}^{(0)} + G_{ii} |V_i|^2 \quad N_{ik} = |V_k| \left( \frac{\partial f_{pi}}{\partial |V_k|} \right)^{(0)} = -J_{ik} \quad \text{for } k \neq i$$

$$L_{ii} = |V_i| \left( \frac{\partial f_{qi}}{\partial |V_i|} \right)^{(0)} = f_{qi}^{(0)} - B_{ii} |V_i|^2 \quad L_{ik} = |V_k| \left( \frac{\partial f_{qi}}{\partial |V_k|} \right)^{(0)} = H_{ik} \quad \text{for } k \neq i$$

43

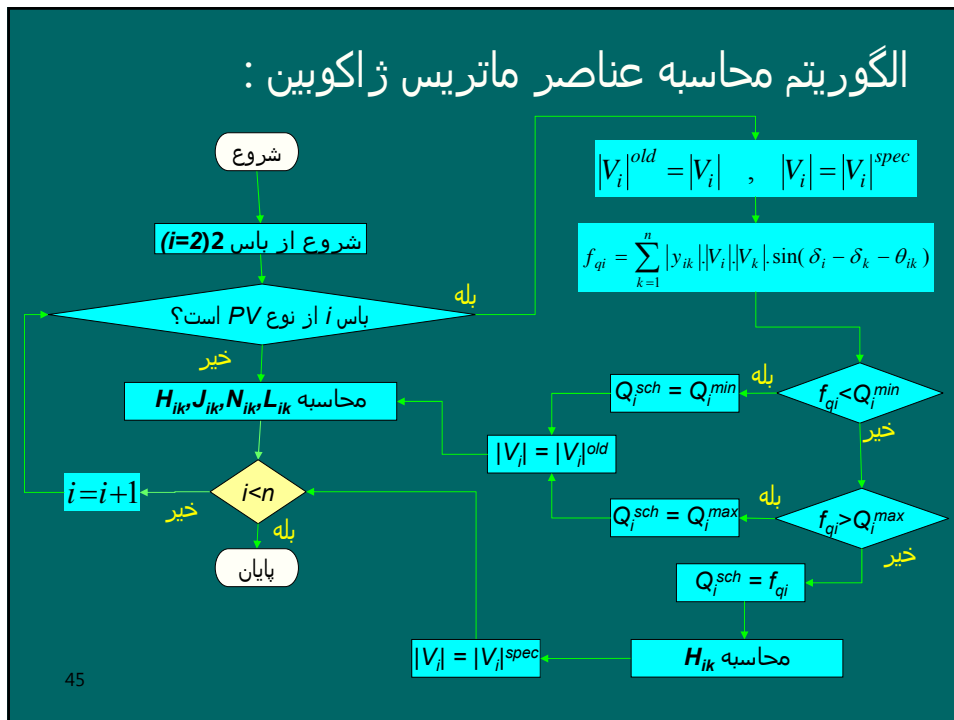
$$y_{ik} = G_{ik} + jB_{ik}$$

## الگوریتم روش نیوتن-رافسون برای بخش بار:

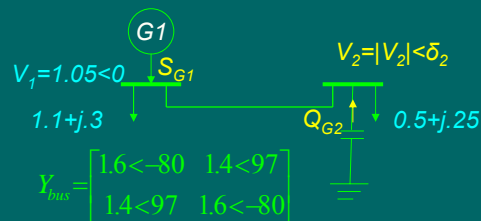


44

## الگوریتم محاسبه عناصر ماتریس ژاکوبین :



## مثال 1-6: پخش بار به روش نیوتن رافسون:



باس 1، باس مینا است. باس 2 از نوع PV، با  $|V_2|^{spec} = 1.01$  می باشد. ولتاژ باس 2 را پس از یک مرحله تکرار به روش نیوتن-رافسون پیدا کنید؟ وقتی که:

الف)  $0.05 \leq Q_{G2} \leq 0.37$

ب)  $0.2 \leq Q_{G2} \leq 0.4$

حل:

حل الف :

$$P_2^{sch} = P_{G2} - P_{D2} = 0 - 0.5 = -0.5$$

محاسبه توانهای تزریقی باسها:

$$0.05 \leq Q_{G2} \leq 0.37$$

$$0.05 - 0.25 \leq Q_2^{Sch} = Q_{G2} - Q_{D2} \leq 0.37 - 0.25$$

$$-0.2 \leq Q_2^{Sch} \leq 0.12$$

$$V_1 = 1.05 < 0 \quad V_2 = |V_2|^{spec} < 0 = 1.01 < 0$$

تکرار اول:

$$\begin{aligned} f_{p2}^{(0)} &= \sum_{k=1}^n |y_{2k}| |V_2| |V_k| \cos(\delta_2 - \delta_k - \theta_{2k}) \\ &= |y_{21}| |V_2| |V_1| \cos(\delta_2 - \delta_1 - \theta_{21}) + |y_{22}| |V_2| |V_2| \cos(\delta_2 - \delta_2 - \theta_{22}) \\ &= 1.4 \times 1.01 \times 1.05 \times \cos(0 - 0 - 97) + 1.6 \times 1.01 \times 1.01 \times \cos(0 - 0 + 80) = 0.1025 \end{aligned}$$

47

ادامه حل :

$$\begin{aligned} f_{q2}^{(0)} &= \sum_{k=1}^n |y_{2k}| |V_2| |V_k| \sin(\delta_2 - \delta_k - \theta_{2k}) \\ &= |y_{21}| |V_2| |V_1| \sin(\delta_2 - \delta_1 - \theta_{21}) + |y_{22}| |V_2| |V_2| \sin(\delta_2 - \delta_2 - \theta_{22}) \\ &= 1.4 \times 1.01 \times 1.05 \times \sin(0 - 0 - 97) + 1.6 \times 1.01 \times 1.01 \times \sin(0 - 0 + 80) = 0.1337 \end{aligned}$$

چون  $f_{q2} = 0.1337 > Q_2^{Sch_{max}} = 0.12$  در بازه  $Q_2^{sch}$  قرار ندارد بنابراین:  
 $Q_2^{sch} = Q_2^{max(0)} = 0.12$  و باس 2 توانانی کنترل ولتاژ را ندارد.

$$\Delta P_2 = P_2^{sch} - f_{p2}^{(0)} = -0.5 - 0.1025 = -0.6025$$

$$\Delta Q_2 = Q_2^{sch} - f_{q2}^{(0)} = 0.12 - 0.1337 = -0.0137$$

$$H_{22} = -f_{q2}^{(0)} - B_{22} |V_2|^2 = -0.1337 - 1.6 \sin(-80)(1.01)^2 = 1.4737$$

$$J_{22} = f_{p2}^{(0)} - G_{22} |V_2|^2 = 0.1025 - 1.6 \cos(-80)(1.01)^2 = -0.1809$$

$$N_{22} = f_{p2}^{(0)} + G_{22} |V_2|^2 = 0.1025 + 1.6 \cos(-80)(1.01)^2 = 0.3859$$

$$L_{22} = f_{q2}^{(0)} - B_{22} |V_2|^2 = 0.1337 - 1.6 \times \sin(-80)(1.01)^2 = 1.7411$$



ادامه حل :

$$\begin{bmatrix} \frac{\Delta \delta_2}{|V_2|} \\ \frac{\Delta |V_2|}{|V_2|} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{22} & N_{22} \\ J_{22} & L_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.4737 & 0.3859 \\ -0.1809 & 1.7411 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -0.6025 \\ -0.0137 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.3960 \text{ rad} \\ -0.0490 \end{bmatrix}$$

$$\delta_2^{new} = \delta_2^{old} + \Delta \delta_2 = 0 + (-0.3960) = -0.3960 \text{ rad} = -22.69^\circ$$

$$|V_2|^{new} = |V_2|^{old} + \Delta |V_2| = 1.01 + \underbrace{1.01 \times (-0.0490)}_{\Delta |V_2|} = 0.96051$$

$$V_2 = 0.96051 < -22.69^\circ$$

ولتاژ باس 2 پس از یک مرحله تکرار:

$$P_1^{sch} = f_{p1}^{(0)} = \sum_{k=1}^n |y_{1k}| |V_1| |V_k| \cos(\delta_1 - \delta_k - \theta_{1k})$$

$$= |y_{11}| |V_1| |V_1| \cos(\delta_1 - \delta_1 - \theta_{11}) + |y_{12}| |V_1| |V_2| \cos(\delta_1 - \delta_2 - \theta_{12})$$

$$= 1.6 \times 1.05 \times 1.05 \times \cos(0 - 0 + 80) + 1.4 \times 1.05 \times 0.96051 \times \cos(0 + 22.69 - 97) = 0.69$$

$$P_1^{sch} = P_{G1} - P_{D1}$$

$$49 P_{G1} = P_1^{sch} + P_{D1} = 0.69 + 1.1 = 1.79$$

حل ب :

$$P_2^{sch} = P_{G2} - P_{D2} = 0 - 0.5 = -0.5$$

محاسبه توانهای تزریقی باسها:

$$0.2 \leq Q_{G2} \leq 0.4$$

$$0.2 - 0.25 \leq Q_2^{sch} = Q_{G2} - Q_{D2} \leq 0.4 - 0.25$$

$$-0.05 \leq Q_2^{sch} \leq 0.15$$

$$V_1 = 1.05 < 0 \quad V_2 = |V_2|^{spec} < 0 = 1.01 < 0$$

تکرار اول:

$$f_{p2}^{(0)} = 1.4 \times 1.01 \times 1.05 \times \cos(0 - 0 - 97) + 1.6 \times 1.01 \times 1.01 \times \cos(0 - 0 + 80) = 0.1025$$

$$f_{q2}^{(0)} = 1.4 \times 1.01 \times 1.05 \times \sin(0 - 0 - 97) + 1.6 \times 1.01 \times 1.01 \times \sin(0 - 0 + 80) = 0.1337$$

ادامه حل :

چون  $f_{q_2} = 0.1337$  در بازه  $Q_2^{sch}$  قرار دارد بنابراین:  $Q_2^{sch} = f_{q_2}^{(0)} = 0.1337$   
و باس 2 توانائی کنترل ولتاژ را دارد. و  $|V_2| = |V_2|^{spec} = 1.01$  و  $\Delta|V_2| = 0$

$$\Delta P_2 = P_2^{sch} - f_{p_2}^{(0)} = -0.5 - 0.1025 = -0.6025$$

$$\Delta Q_2 = Q_2^{sch} - f_{q_2}^{(0)} = 0.1337 - 0.1337 = 0$$

$$H_{22} = -f_{q_2}^{(0)} - B_{22} |V_2|^2 = -0.1337 - 1.6 \sin(-80)(1.01)^2 = 1.4737$$

51

ادامه حل :

$$\begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta |V_2| \\ |V_2| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{22} & N_{22} \\ J_{22} & L_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix}$$

$$\Delta \delta_2 = H_{22}^{-1} \Delta P_2 = (1.4737)^{-1} (-0.6025) = -0.4088 \text{ rad}$$

$$\delta_2^{new} = \delta_2^{old} + \Delta \delta_2 = 0 + (-0.4088) = -0.4088 \text{ rad} = -23.42^\circ$$

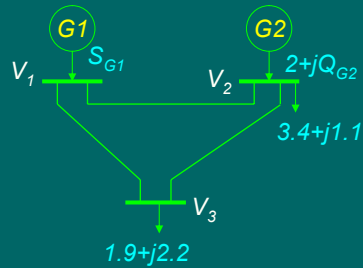
$$|V_2|^{new} = |V_2|^{old} + \Delta |V_2| = 1.01 + 0 = 1.01$$

ولتاژ باس 2 پس از یک مرحله تکرار:

$$V_2 = 1.01 \angle -23.42^\circ$$

52

## تمرین:



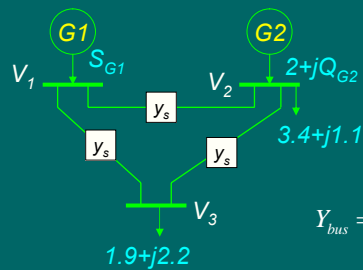
در سیستم قدرت فوق ادمیتانسهای مدل پی تمام خطوط عبارتند از :  
 $y_s = -j8.7$   $y_p = 0$

باس 1، باس مبنا با ولتاژ  $V_1 = 1.02 < 0$   
 باس 2، از نوع PV با  $|V_2|^{spec} = 1.01$  برای  $1 \leq Q_{G2} \leq 2$

ولتاژ باسهای 2 و 3 را پس از یک مرحله تکرار به روش نیوتن-رافسون پیدا کنید؟

53

## حل تمرین :



محاسبه ماتریس ادمیتانس باسها:

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} 2y_s & -y_s & -y_s \\ -y_s & 2y_s & -y_s \\ -y_s & -y_s & 2y_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j17.4 & j8.7 & j8.7 \\ j8.7 & -j17.4 & j8.7 \\ j8.7 & j8.7 & -j17.4 \end{bmatrix}$$

محاسبه توانهای تزریقی باسها:

$$P_2^{sch} = P_{G2} - P_{D2} = 2 - 3.4 = -1.4$$

$$P_3^{sch} = P_{G3} - P_{D3} = 0 - 1.9 = -1.9$$

$$Q_3^{sch} = Q_{G3} - Q_{D3} = 0 - 2.2 = -2.2$$

$$1 \leq Q_{G2} \leq 2$$

$$1 - 1.1 \leq Q_2^{sch} = Q_{G2} - Q_{D2} \leq 2 - 1.1$$

$$-0.1 \leq Q_2^{sch} \leq 0.9$$

54

ادامه حل تمرین : تکرار اول:

$$V_1 = 1.02 < 0 \quad V_2 = |V_2|^{spec} < 0 = 1.01 < 0 \quad V_3 = 1 < 0$$

$$\begin{aligned} f_{q_2}^{(0)} &= \sum_{k=1}^n |y_{2k}| |V_2| |V_k| \sin(\delta_2 - \delta_k - \theta_{2k}) \\ &= |y_{21}| |V_2| |V_1| \sin(\delta_2 - \delta_1 - \theta_{21}) + |y_{22}| |V_2| |V_2| \sin(\delta_2 - \delta_2 - \theta_{22}) + |y_{23}| |V_2| |V_3| \sin(\delta_2 - \delta_3 - \theta_{23}) \\ &= 8.7 \times 1.01 \times 1.02 \times \sin(0 - 0 - 90) + 17.4 \times 1.01 \times 1.01 \times \sin(0 - 0 + 90) + 8.7 \times 1.01 \times 1 \times \sin(0 - 0 - 90) \\ &= 0 \end{aligned}$$

چون  $-0.1 < f_{q_2} = 0 < 0.9$  در بازه  $Q_2^{sch}$  قرار دارد بنابراین:  $Q_2^{sch} = f_{q_2}^{(0)} = 0$

$$\begin{aligned} f_{p_2}^{(0)} &= \sum_{k=1}^n |y_{2k}| |V_2| |V_k| \cos(\delta_2 - \delta_k - \theta_{2k}) \\ &= |y_{21}| |V_2| |V_1| \cos(\delta_2 - \delta_1 - \theta_{21}) + |y_{22}| |V_2| |V_2| \cos(\delta_2 - \delta_2 - \theta_{22}) + |y_{23}| |V_2| |V_3| \cos(\delta_2 - \delta_3 - \theta_{23}) \\ &= 8.7 \times 1.01 \times 1.02 \times \cos(0 - 0 - 90) + 17.4 \times 1.01 \times 1.01 \times \cos(0 - 0 + 90) + 8.7 \times 1.01 \times 1 \times \cos(0 - 0 - 90) \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\Delta P_2 = P_2^{sch} - f_{p_2}^{(0)} = -1.4 - 0 = -1.4$$

$$\Delta Q_2 = Q_2^{sch} - f_{q_2}^{(0)} = 0 - 0 = 0$$

55

ادامه حل تمرین :

$$\begin{aligned} f_{q_3}^{(0)} &= \sum_{k=1}^n |y_{3k}| |V_3| |V_k| \sin(\delta_3 - \delta_k - \theta_{3k}) \\ &= |y_{31}| |V_3| |V_1| \sin(\delta_3 - \delta_1 - \theta_{31}) + |y_{32}| |V_3| |V_2| \sin(\delta_3 - \delta_2 - \theta_{32}) + |y_{33}| |V_3| |V_3| \sin(\delta_3 - \delta_3 - \theta_{33}) \\ &= 8.7 \times 1 \times 1.02 \times \sin(0 - 0 - 90) + 8.7 \times 1 \times 1.01 \times \sin(0 - 0 - 90) + 17.47 \times 1 \times 1 \times \sin(0 - 0 + 90) \\ &= -0.261 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{p_3}^{(0)} &= \sum_{k=1}^n |y_{3k}| |V_3| |V_k| \cos(\delta_3 - \delta_k - \theta_{3k}) \\ &= |y_{31}| |V_3| |V_1| \cos(\delta_3 - \delta_1 - \theta_{31}) + |y_{32}| |V_3| |V_2| \cos(\delta_3 - \delta_2 - \theta_{32}) + |y_{33}| |V_3| |V_3| \cos(\delta_3 - \delta_3 - \theta_{33}) \\ &= 8.7 \times 1 \times 1.02 \times \cos(0 - 0 - 90) + 8.7 \times 1 \times 1.01 \times \cos(0 - 0 - 90) + 17.47 \times 1 \times 1 \times \cos(0 - 0 + 90) \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\Delta P_3 = P_3^{sch} - f_{p_3}^{(0)} = -1.9 - 0 = -1.9$$

$$\Delta Q_3 = Q_3^{sch} - f_{q_3}^{(0)} = -2.2 - (-0.261) = -1.939$$

56

ادامه حل تمرین :

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_2 = 0 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & N_{22} & N_{23} \\ H_{32} & H_{33} & N_{32} & N_{33} \\ J_{22} & J_{23} & L_{22} & L_{23} \\ J_{32} & J_{33} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \frac{\Delta |V_2|}{|V_2|} = 0 \\ \frac{\Delta |V_3|}{|V_3|} \end{bmatrix}$$

سطر سوم و ستون سوم را حذف می کنیم:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & N_{23} \\ H_{32} & H_{33} & N_{33} \\ J_{32} & J_{33} & L_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \frac{\Delta |V_3|}{|V_3|} \end{bmatrix}$$

57

ادامه حل تمرین :

$$\begin{aligned} H_{22} &= -f_{q2}^{(0)} - B_{22}|V_2|^2 = -0 - (-17.4) \times (1.01)^2 = 17.7497 \\ H_{33} &= -f_{q3}^{(0)} - B_{33}|V_3|^2 = -(-0.261) - (-17.4) \times (1)^2 = 17.661 \\ H_{23} &= |y_{23}| |V_2| |V_3| \sin(\delta_2 - \delta_3 - \theta_{23}) = 8.7 \times 1.01 \times 1 \times \sin(0 - 0 - 90) = -8.787 \\ H_{32} &= |y_{32}| |V_3| |V_2| \sin(\delta_3 - \delta_2 - \theta_{32}) = 8.7 \times 1 \times 1.01 \times \sin(0 - 0 - 90) = -8.787 \\ J_{32} &= -|y_{32}| |V_3| |V_2| \cos(\delta_3 - \delta_2 - \theta_{32}) = -8.7 \times 1 \times 1.01 \times \cos(0 - 0 - 90) = 0 \\ N_{23} &= -J_{23} = -( |y_{23}| |V_2| |V_3| \cos(\delta_2 - \delta_3 - \theta_{23}) ) = -(8.7 \times 1.01 \times 1 \times \cos(0 - 0 - 90)) = 0 \\ N_{33} &= f_{p3}^{(0)} + G_{33}|V_3|^2 = 0 + 0 \times 1^2 = 0 \\ J_{33} &= f_{p3}^{(0)} - G_{33}|V_3|^2 = 0 - 0 \times 1^2 = 0 \\ L_{33} &= f_{q3}^{(0)} - B_{33}|V_3|^2 = (-0.261) - (-17.4) \times (1)^2 = 17.139 \end{aligned}$$

58

ادامه حل تمرین :

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & N_{23} \\ H_{32} & H_{33} & N_{33} \\ J_{32} & J_{33} & L_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \frac{\Delta |V_3|}{|V_3|} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1.4 \\ -1.9 \\ -1.939 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17.7497 & -8.787 & 0 \\ -8.787 & 17.661 & 0 \\ 0 & 0 & 17.139 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \frac{\Delta |V_3|}{|V_3|} \end{bmatrix}$$

59

ادامه حل تمرین :

$$\begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \frac{\Delta |V_3|}{|V_3|} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17.7497 & -8.787 & 0 \\ -8.787 & 17.661 & 0 \\ 0 & 0 & 17.139 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -1.4 \\ -1.9 \\ -1.939 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.1753 \\ -0.1948 \\ -0.1131 \end{bmatrix}$$

$$\delta_2^{new} = \delta_2^{old} + \Delta \delta_2 = 0 + (-0.1753) = -0.1753 \text{ rad} = -10.04^\circ$$

$$\delta_3^{new} = \delta_3^{old} + \Delta \delta_3 = 0 + (-0.1948) = -0.1948 \text{ rad} = -11.16^\circ$$

$$|V_3|^{new} = |V_3|^{old} + \Delta |V_3| = 1 + (-0.1131) \times 1 = 0.8869$$

$$V_1 = 1.02 < 0 \quad V_2 = 1.01 < -10.04^\circ \quad V_3 = 0.886 < -11.16^\circ$$

60

## مقایسه روشهای گوس-سایدل و نیوتن-رافسون:

روش نیوتن-رافسون	روش گوس-سایدل	معیار مقایسه
کم (3الی 6 تکرار)	زیاد	تعداد تکرار برای حصول همگرایی
زیاد	کم	زمان لازم برای محاسبات هر تکرار
بسیار دقیق	کمتر	دقت جواب
بسیار زیاد	کمتر	قابلیت اطمینان برای حصول همگرایی
پیچیده	ساده	سهولت برنامه نویسی کامپیوتر
زیاد	کمتر	حافظه لازم برای ذخیره داده ها

61

## پخش بار دکوپله (Decoupled):

نتایج تجربی پخش بار نشان می دهند که P و  $\delta$  بمیزان زیادی به هم وابسته بوده و تغییرات Q و |V| تاثیر زیادی روی آنها ندارند. همچنین Q و |V| نیز وابستگی زیادی به یکدیگر داشته و با تغییرات P و  $\delta$  چندان تغییر نمی کنند. بنابراین تقریبهای زیر را در روابط اعمال می کنیم:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \frac{\Delta |V|}{|V|} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} \Delta P = H \cdot \Delta \delta + N \cdot \frac{\Delta |V|}{|V|} \\ \Delta Q = J \cdot \Delta \delta + L \cdot \frac{\Delta |V|}{|V|} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \Delta P \approx H \cdot \Delta \delta \\ \Delta Q \approx L \cdot \frac{\Delta |V|}{|V|} \end{cases}$$

با تقریبهای فوق سرعت محاسبات افزایش و حجم حافظه لازم برای ذخیره سازی متغیرها کاهش خواهد یافت ولی دقت جوابهای بدست آمده کمتر خواهد شد.

62

## بخش بار دکوپله سریع (Fast-Decoupled):

علاوه بر تقریب روش دکوپله، اختلاف زوایای ولتاژ صفر فرض می شوند. بنابراین:

$$\delta_i - \delta_k \approx 0$$

$$H_{ik} = \left( \frac{\partial f_{pi}}{\partial \delta_k} \right)^{(0)} = |y_{ik}| |V_i| |V_k| \sin(0 - \theta_{ik}) = -B_{ik} |V_i| |V_k| \quad \text{for } k \neq i$$

$$H_{ii} = \left( \frac{\partial f_{pi}}{\partial \delta_i} \right)^{(0)} = - \sum_{k \neq i}^n |y_{ik}| |V_i| |V_k| \sin(0 - \theta_{ik}) = -f_{qi}^{(0)} - B_{ii} |V_i|^2$$

$$L_{ii} = |V_i| \left( \frac{\partial f_{qi}}{\partial |V_i|} \right)^{(0)} = f_{qi}^{(0)} - B_{ii} |V_i|^2$$

$$L_{ik} = |V_k| \left( \frac{\partial f_{qi}}{\partial |V_k|} \right)^{(0)} = H_{ik} \quad \text{for } k \neq i$$

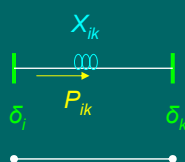
63

## بخش بار مستقیم (DC):

هدف: محاسبه بسیار سریع و تقریبی توان اکتیو انتقالی خطوط فرضهای ساده سازی:

- از مولفه حقیقی امپدانس خطوط ( $R_{ik}$ ) صرف نظر می شود.  
- دامنه ولتاژ تمام باسها یک پریونیت فرض می شود.

-  $\delta_i - \delta_k$  بسیار کوچک است بنابراین  $\sin(\delta_i - \delta_k) \approx \delta_i - \delta_k$  و  $\cos(\delta_i - \delta_k) \approx 1$  با فرضهای فوق می توان ثابت نمود که توان انتقالی خطوط از رابطه زیر بدست می آید:



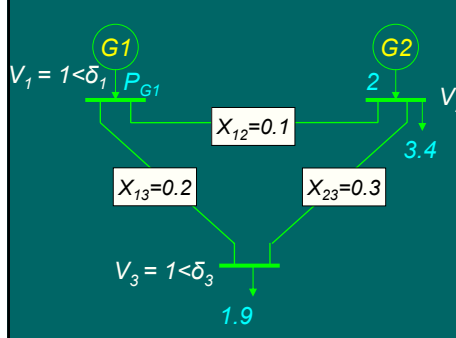
$$P_{ik} \approx \frac{\delta_i - \delta_k}{X_{ik}}$$

که  $P_{ik}$  توان انتقالی خط بین باسهای  $i$  و  $k$  و  $X_{ik}$  راکتانس خط بین باسهای  $i$  و  $k$  است و  $\delta_i$  و  $\delta_k$  زوایای ولتاژ باسهای  $i$  و  $k$  بر حسب رادیان هستند.

64



### مثال 1-7: پخش بار DC



**حل:**

$$P_2 = P_{21} + P_{23}$$

$$P_{G2} - P_{D2} = \frac{\delta_2 - \delta_1}{X_{21}} + \frac{\delta_2 - \delta_3}{X_{23}}$$

$$2 - 3.4 = \frac{\delta_2 - 0}{0.1} + \frac{\delta_2 - \delta_3}{0.3}$$

$$P_3 = P_{31} + P_{32}$$

$$P_{G3} - P_{D3} = \frac{\delta_3 - \delta_1}{X_{31}} + \frac{\delta_3 - \delta_2}{X_{32}}$$

$$0 - 1.9 = \frac{\delta_3 - 0}{0.2} + \frac{\delta_3 - \delta_2}{0.3}$$

$$\begin{bmatrix} -1.4 \\ -1.9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{0.1} + \frac{1}{0.3} & -\frac{1}{0.3} \\ -\frac{1}{0.3} & \frac{1}{0.2} + \frac{1}{0.3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_2 \\ \delta_3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \delta_2 \\ \delta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{0.1} + \frac{1}{0.3} & -\frac{1}{0.3} \\ -\frac{1}{0.3} & \frac{1}{0.2} + \frac{1}{0.3} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -1.4 \\ -1.9 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \delta_2 \\ \delta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13.333 & -3.333 \\ -3.333 & 8.333 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -1.4 \\ -1.9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.18 \\ -0.30 \end{bmatrix}$$

$$P_{21} = \frac{\delta_2 - \delta_1}{X_{21}} = \frac{-0.18 - 0}{0.1} = -1.8 \quad P_{12} = \frac{\delta_1 - \delta_2}{X_{12}} = \frac{0 - (-0.30)}{0.2} = 1.5 \quad P_{23} = \frac{\delta_2 - \delta_3}{X_{23}} = \frac{-0.18 - (-0.30)}{0.3} = 0.4$$

$$P_1 = P_{12} + P_{13} = 1.8 + 1.5 = 3.3$$

## فصل دوم: پخش بار اقتصادی

در پخش بار اقتصادی هدف آن است که سیستم قدرت  
 بطریقی بهره برداری شود که همه بارها با **حداقل هزینه** تامین شوند.

## تابع هزینه:

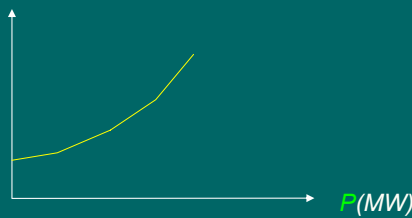
هزینه متغیر (سوخت) + هزینه ثابت = هزینه کل

- در نیروگاههای آبی با تغییر توان تولیدی ژنراتورها، هزینه تولید تغییر نمی نماید.

- در نیروگاههای حرارتی، با افزایش توان تولیدی ژنراتورها، سوخت و در نتیجه هزینه افزایش می یابد.

- تابع هزینه یک واحد حرارتی معمولاً بصورت یک معادله درجه 2 مدلسازی می شود:

Cost(\$/h=\$/Mj\*Mj/h)



$$C = \alpha + \beta.P + \gamma.P^2$$

67

## مساله پخش بار اقتصادی:

تابع هدف: 
$$\text{Minimize } C = \sum_{i=1}^n C_i(P_{Gi})$$

قید تساوی: 
$$\sum_{i=1}^n P_{Gi} - \sum_{i=1}^n P_{Di} - P_{Loss} = 0$$

قید نامساوی: 
$$P_{Gi \min} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi \max} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

توانهای تولیدی ژنراتور ( $P_{Gi}$ ) ها را باید تعیین کنیم.

68

## مساله پخش بار اقتصادی با صرفنظر از تلفات و قیود نامساوی:

- اگر طول خطوط کوتاه باشند می توان از تلفات خطوط صرفنظر کرد.
- فرض می کنیم  $P_{Gi}$  هر مقداری می توانند باشند، یعنی قیود نامساوی وجود ندارند.
- بنابراین مساله پخش بار اقتصادی بصورت زیر ساده می شود.

$$\text{Minimize } C = \sum_{i=1}^n C_i(P_{Gi})$$

$$\sum_{i=1}^n P_{Gi} - \underbrace{\sum_{i=1}^n P_{Di}}_{P_D} = 0$$

69

## حل مساله پخش بار اقتصادی با صرفنظر از تلفات و قیود نامساوی:

از روش لاگرانژ استفاده می کنیم. برطبق این روش تابع هدف هزینه تعمیم یافته را بصورت زیر تعریف می کنیم:

$$C^* = \underbrace{\sum_{i=1}^n C_i(P_{Gi})}_C - \lambda \left( \sum_{k=1}^n P_{Gk} - P_D \right)$$

-  $\lambda$  را ضریب لاگرانژ گویند.

- شرط کمینه بودن  $C^*$  آن است که مشتق جزئی آن نسبت به تمام متغیرهای آن یعنی  $P_{Gi}$  و  $\lambda$  صفر باشند:

$$\begin{cases} \frac{\partial C^*}{\partial P_{Gi}} = \frac{\partial C_i(P_{Gi})}{\partial P_{Gi}} - \lambda = 0 & \Rightarrow \lambda = \frac{\partial C_i(P_{Gi})}{\partial P_{Gi}} = IC_i \\ \frac{\partial C^*}{\partial \lambda} = 0 & \Rightarrow \sum_{i=1}^n P_{Gi} - P_D = 0 \end{cases}$$

$IC_i$  را هزینه افزایشی تولید واحد  $i$  گویند.

بنابراین : شرط بهینه بودن پاسخ آن است که اولاً هزینه افزایشی تمام واحدها یکسان برابر باشند ( $IC_1 = IC_2 = \dots = IC_n$ ). ثانیاً شرط تساوی برقرار باشد.

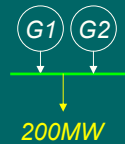
70

## مثال 2-1: پخش بار اقتصادی :

توابع هزینه افزونی دو واحد در یک نیروگاه بصورت زیر است. در صورتیکه مجموع بار مصرفی نیروگاه 200 مگاوات باشد، توزیع اقتصادی بار را بین دو ژنراتور بدست آورید.

$$IC_1 = 750 + 0.8 P_{G1}$$

$$IC_2 = 600 + P_{G2}$$



حل:

$$\begin{cases} IC_1 = \lambda \Rightarrow 750 + 0.8 P_{G1} = \lambda \Rightarrow P_{G1} = \frac{\lambda - 750}{0.8} \\ IC_2 = \lambda \Rightarrow 600 + P_{G2} = \lambda \Rightarrow P_{G2} = \lambda - 600 \\ P_{G1} + P_{G2} - P_D = 0 \Rightarrow \frac{\lambda - 750}{0.8} + \lambda - 600 = 200 \Rightarrow \lambda = 772.22 \end{cases}$$

$$\lambda = 772.22$$

$$\begin{cases} P_{G2} = \lambda - 600 = 772.22 - 600 = 172.22 \\ P_{G1} = \frac{\lambda - 750}{0.8} = \frac{772.22 - 750}{0.8} = 27.78 \end{cases}$$

## در نظر گرفتن قيود نامساوی در پخش بار اقتصادی :

با یک مثال توضیح می دهیم. **مثال 2-2** توابع هزینه افزونی سه نیروگاه بصورت زیر است. در صورتیکه مجموع بار مصرفی سه نیروگاه 200 مگاوات باشد، توزیع اقتصادی بار را بین سه نیروگاه بدست آورید.

$$P_{G1} = 50 IC_1 - 30 \quad 10 \text{ Mw} \leq P_{G1} \leq 70 \text{ Mw}$$

$$P_{G2} = 40 IC_2 - 20 \quad 10 \text{ Mw} \leq P_{G2} \leq 60 \text{ Mw}$$

$$P_{G3} = 70 IC_3 - 10 \quad 30 \text{ Mw} \leq P_{G3} \leq 90 \text{ Mw}$$

حل:

$$\begin{cases} IC_1 = IC_2 = IC_3 = \lambda \\ \begin{cases} P_{G1} = 50\lambda - 30 \\ P_{G2} = 40\lambda - 20 \\ P_{G3} = 70\lambda - 10 \end{cases} \\ \sum P_G = 70 + 60 + 90 = 220 > P_D = 200 \end{cases} \Rightarrow \lambda = 2 \Rightarrow \begin{cases} P_{G1} = 50 \times 2 - 30 = 70 \\ P_{G2} = 40 \times 2 - 20 = 60 \\ P_{G3} = 70 \times 2 - 10 = 130 > P_{G3}^{\max} = 90 \Rightarrow P_{G3} = P_{G3}^{\max} = 90 \end{cases}$$

72

### ادامه حل:

$$\lambda = 1.5 \Rightarrow \begin{cases} P_{G1} = 50 \times 1.5 - 30 = 45 \\ P_{G2} = 40 \times 1.5 - 20 = 40 \\ P_{G3} = 70 \times 1.5 - 10 = 95 > P_{G3}^{\max} = 90 \Rightarrow P_{G3} = P_{G3}^{\max} = 90 \end{cases}$$

$$\sum P_G = 45 + 40 + 90 = 175 < P_D = 200$$

$$\begin{array}{ccc} \lambda & \sum P_G & \\ 2 & 220 & \\ 1.5 & 175 & \\ \lambda & 200 & \end{array} \Rightarrow \frac{\lambda - 1.5}{200 - 175} = \frac{1.5 - 2}{175 - 220} \Rightarrow \lambda = 1.778$$

$$\lambda = 1.778 \Rightarrow \begin{cases} P_{G1} = 50 \times 1.778 - 30 = 58.9 \\ P_{G2} = 40 \times 1.778 - 20 = 51.12 \\ P_{G3} = 70 \times 1.778 - 10 = 114.46 > P_{G3}^{\max} = 90 \Rightarrow P_{G3} = P_{G3}^{\max} = 90 \end{cases}$$

$$\sum P_G = 58.9 + 51.12 + 90 = 200.02 \cong P_D = 200$$

$$P_{G1}^{opt} = 58.9 \quad P_{G2}^{opt} = 51.12 \quad P_{G3}^{opt} = 90$$

### حل مساله فوق از روش مستقیم:

$$IC_1 = IC_2 = IC_3 = \lambda$$

$$\begin{cases} P_{G1} = 50\lambda - 30 \\ P_{G2} = 40\lambda - 20 \\ P_{G3} = 70\lambda - 10 \\ P_{G1} + P_{G2} + P_{G3} = P_D \end{cases}$$

$$P_{G1} + P_{G2} + P_{G3} = P_D$$

$$(50\lambda - 30) + (40\lambda - 20) + (70\lambda - 10) = 200$$

$$160\lambda = 260$$

$$\lambda = 1.625$$

$$\begin{cases} P_{G1} = 50\lambda - 30 = 50(1.625) - 30 = 51.25 & \text{در محدوده مجاز است.} \\ P_{G2} = 40\lambda - 20 = 40(1.625) - 20 = 45 & \text{در محدوده مجاز است.} \\ P_{G3} = 70\lambda - 10 = 70(1.625) - 10 = 103.75 > P_{G3}^{\max} = 90 \Rightarrow P_{G3} = 90 \end{cases}$$

ادامه حل مساله فوق از روش مستقیم:

$$P_{G3} = 90MW$$

$$P'_D = 200 - 90 = 110$$

$$P_{G1} + P_{G2} = P'_D$$

$$(50\lambda' - 30) + (40\lambda' - 20) = 110$$

$$90\lambda = 160$$

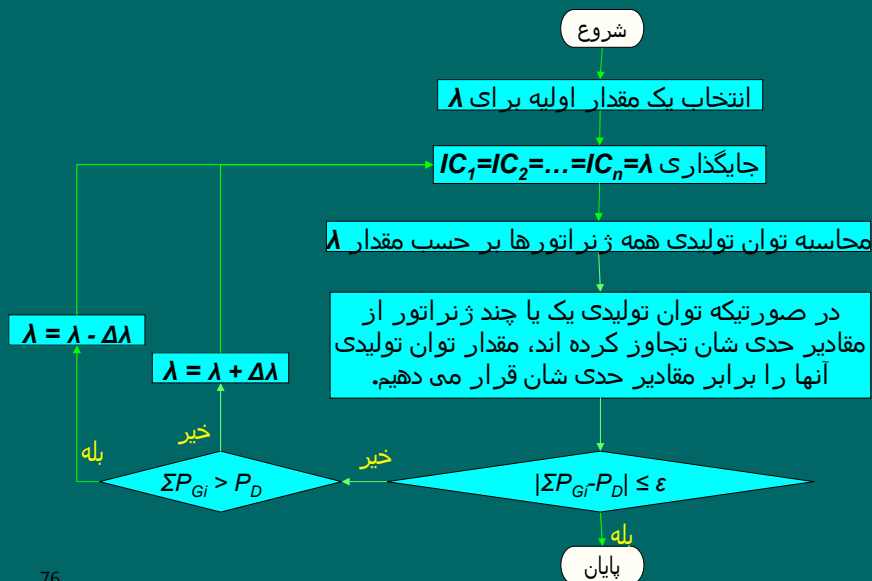
$$\lambda' = 1.778$$

$$\begin{cases} P_{G1} = 50\lambda' - 30 = 50(1.778) - 30 = 58.9 & P_{G1} \text{ در محدوده مجاز است.} \\ P_{G2} = 40\lambda' - 20 = 40(1.778) - 20 = 51.12 & P_{G2} \text{ در محدوده مجاز است.} \end{cases}$$

$$P_{G1}^{opt} = 58.9 \quad P_{G2}^{opt} = 51.12 \quad P_{G3}^{opt} = 90$$

75

الگوریتم روش تکرار  $\lambda$ :



76

مساله پخش بار اقتصادی با در نظر گرفتن تلفات انتقال:

$$\text{Minimize } C = \sum_{k=1}^n C_k(P_{Gk}) \quad \text{تابع هدف:}$$

$$\sum_{k=1}^n P_{Gk} - P_D - P_{loss} = 0 \quad \text{قید تساوی:}$$

$$P_{Gk \min} \leq P_{Gk} \leq P_{Gk \max} \quad k = 1, 2, \dots, n \quad \text{قید نامساوی:}$$

توانهای تولیدی ژنراتور ( $P_{Gi}$ ) ها را باید تعیین کنیم.

77

حل مساله پخش بار اقتصادی با در نظر گرفتن تلفات:

از روش لاگرانژ استفاده می کنیم. برطبق این روش تابع هدف هزینه تعمیم یافته را بصورت زیر تعریف می کنیم:

$$C^* = C - \lambda \left( \sum_{k=1}^n P_{Gk} - P_D - P_{Loss} \right) = \sum_{k=1}^n C_k(P_{Gk}) - \lambda \left( \sum_{k=1}^n P_{Gk} - P_D - P_{Loss} \right)$$

-  $\lambda$  را ضریب لاگرانژ گویند.

- شرط کمینه بودن  $C^*$  آن است که مشتق جزئی آن نسبت به تمام متغیرهای آن یعنی  $P_{Gi}$ ،  $P_{loss}$  و  $\lambda$  صفر باشند:

$$\begin{cases} \frac{\partial C^*}{\partial P_{Gi}} = \frac{\partial C_i(P_{Gi})}{\partial P_{Gi}} - \lambda \left( 1 - \frac{\partial P_{loss}}{\partial P_{Gi}} \right) = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{1 - \frac{\partial P_{loss}}{\partial P_{Gi}}} \cdot \frac{\partial C_i(P_{Gi})}{\partial P_{Gi}} = \left( \frac{1}{1 - ITL_i} \right) \cdot IC_i = L_i \cdot IC_i \\ \frac{\partial C^*}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow \sum_{k=1}^n P_{Gk} - P_D - P_{loss} = 0 \end{cases}$$

$IC_i$  را هزینه افزایشی تولید،  $ITL_i$  را تلفات نوی انتقال و  $L_i$  را ضریب جبران واحد  $i$  ام گویند و با روابط زیر تعریف می شوند:

$$78 \quad IC_i = \frac{\partial C_i}{\partial P_{Gi}} \quad ITL_i = \frac{\partial P_{loss}}{\partial P_{Gi}} \quad L_i = \left( \frac{1}{1 - ITL_i} \right)$$

## شروط بهینه بودن یک پاسخ در مساله پخش بار اقتصادی:

بنابراین : شرط بهینه بودن پاسخ آن است که

- **اولا** حاصلضرب هزینه افزایشی در ضریب جبران کلیه واحدها

یکسان باشند (  $IC_1 \cdot L_1 = IC_2 \cdot L_2 = \dots = IC_n \cdot L_n = \lambda$  ).

- **ثانیا** شرط تساوی توازن توان برقرار باشد (  $\sum P_{G_i} - P_D - P_{loss} = 0$  ).

79

## رابطه تقریبی تلفات انتقال و توانهای تولیدی:

می توان نشان داد که در حالت کلی در سیستم قدرتی با  $n$  ژنراتور، معادله تلفات را می توان بصورت رابطه تقریبی زیر بیان کرد:

$$P_{loss} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n P_{G_i} B_{ij} P_{G_j}$$

شکل ماتریسی رابطه فوق:

$$P_{loss} = P^T \cdot B \cdot P \quad ; \quad P = \begin{bmatrix} P_{G1} \\ \vdots \\ P_{Gn} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B_{11} & \dots & B_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{n1} & \dots & B_{nn} \end{bmatrix}$$

با استفاده از رابطه فوق می توان  $ITL_i$  و سپس  $L_i$  را بدست آورد.

80



رابطه  $P_{loss}$  بر حسب  $P_G$  ها برای دو واحد:

$$P = \begin{bmatrix} P_{G1} \\ P_{G2} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix}$$

$$P_{loss} = P^T \cdot B \cdot P = \begin{bmatrix} P_{G1} \\ P_{G2} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{G1} \\ P_{G2} \end{bmatrix}$$

$$P_{loss} = \begin{bmatrix} P_{G1} & P_{G2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{11}P_{G1} + B_{12}P_{G2} \\ B_{21}P_{G1} + B_{22}P_{G2} \end{bmatrix}$$

$$P_{loss} = B_{11}P_{G1}^2 + B_{12}P_{G1}P_{G2} + B_{21}P_{G1}P_{G2} + B_{22}P_{G2}^2 = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 B_{ij}P_{Gi}P_{Gj}$$

$$81 \quad P_{loss} = B_{11}P_{G1}^2 + (B_{12} + B_{21})P_{G1}P_{G2} + B_{22}P_{G2}^2$$

مثال 2-3: پخش بار اقتصادی با در نظر گرفتن تلفات



برای سیستم شکل مقابل، روابط زیر داده شده اند. توانهای تولیدی اقتصادی ژنراتورها را بیابید.

$$\begin{aligned} IC_1 &= 800 + P_{G1} \\ IC_2 &= 900 + 1.5 P_{G2} \\ P_{loss} &= 0.0002 P_{G1}^2 \end{aligned}$$

حل:

$$\begin{cases} ITL_1 = \frac{\partial P_{loss}}{\partial P_{G1}} = 0.0004 P_{G1} \Rightarrow L_1 = \frac{1}{1 - ITL_1} = \frac{1}{1 - 0.0004 P_{G1}} \\ ITL_2 = \frac{\partial P_{loss}}{\partial P_{G2}} = 0 \Rightarrow L_2 = \frac{1}{1 - ITL_2} = 1 \end{cases}$$

82

ادامه حل مثال 3-2:

$$\begin{cases} L_1.JC_1 = \lambda \Rightarrow \left(\frac{1}{1-0.0004 P_{G1}}\right)(800 + P_{G1}) = \lambda \Rightarrow P_{G1} = \frac{\lambda - 800}{1 + 0.0004 \lambda} \\ L_2.JC_2 = \lambda \Rightarrow (1)(900 + 1.5 P_{G2}) = \lambda \Rightarrow P_{G2} = \frac{\lambda - 900}{1.5} \end{cases}$$

انتخاب  $\lambda$  اولیه:

$$P_{G2} = \frac{P_D}{2} = \frac{1200}{2} = 600 \Rightarrow \frac{\lambda - 900}{1.5} = 600 \Rightarrow \lambda = 1800$$

تکرار اول روش تکرار  $\lambda$ :

$$\lambda = 1800 \Rightarrow \begin{cases} P_{G1} = \frac{1800 - 800}{1 + 0.0004 \times 1800} = 581.40 \\ P_{G2} = \frac{1800 - 900}{1.5} = 600 \\ P_{loss} = 0.0002 P_{G1}^2 = 0.0002 (581.40)^2 = 67.60 \end{cases}$$

$$\sum_{i=1}^2 P_{Gi} - P_{loss} = (581.40 + 600) - 67.60 = 1113.8 < P_D = 1200$$

$\lambda$  باید افزایش یابد.

83

ادامه حل مثال 3-2: تکرار دوم روش تکرار  $\lambda$ :

$$\lambda = 1900 \Rightarrow \begin{cases} P_{G1} = \frac{1900 - 800}{1 + 0.0004 \times 1900} = 625 \\ P_{G2} = \frac{1900 - 900}{1.5} = 666.67 \\ P_{loss} = 0.0002 P_{G1}^2 = 0.0002 (625)^2 = 78.13 \end{cases}$$

$$\sum_{i=1}^2 P_{Gi} - P_{loss} = (625 + 666.67) - 78.13 = 1213.54 > P_D = 1200$$

$\lambda$  باید کاهش یابد.

$\lambda$	$\sum_{i=1}^2 P_{Gi} - P_{loss}$	
1800	1113.8	$\Rightarrow \frac{\lambda - 1900}{1200 - 1213.54} = \frac{1900 - 1800}{1213.54 - 1113.8} \Rightarrow \lambda = 1886.42$
1900	1213.54	
$\lambda$	1200	

84

ادامه حل مثال 2-3:

تکرار سوم روش تکرار ۸:

$$\lambda = 1886.42 \Rightarrow \begin{cases} P_{G1} = \frac{1886.42 - 800}{1 + 0.0004 \times 1886.42} = 619.20 \\ P_{G2} = \frac{1886.42 - 900}{1.5} = 657.61 \\ P_{loss} = 0.0002 P_{G1}^2 = 0.0002 (619.20)^2 = 76.68 \end{cases}$$

$$\sum_{i=1}^2 P_{Gi} - P_{loss} = (619.20 + 657.61) - 76.68 = 1200.13 \approx P_D = 1200$$

جواب بهینه :

$$P_{G1}^{opt} = 619.20 \quad P_{G2}^{opt} = 657.61 \quad P_{loss} = 76.68$$

85

## محاسبه ITL ها برای یک سیستم:

در حالت کلی تلفات تابعی از توانهای باسها و توانهای باسها تابعی از دامنه و زوایای ولتاژ باسها هستند. در بخش بار اقتصادی، دامنه ولتاژها را ثابت فرض می‌کنیم و بنابراین تلفات تابعی از زوایای ولتاژ باسها است.

$$P_i = \sum_{k=1}^n |y_{ik}| |V_i| |V_k| \cos(\delta_i - \delta_k - \theta_{ik}) \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, n$$

$$\begin{cases} dP_2 = \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} d\delta_2 + \dots + \frac{\partial P_2}{\partial \delta_n} d\delta_n \\ \vdots \\ dP_n = \frac{\partial P_n}{\partial \delta_2} d\delta_2 + \dots + \frac{\partial P_n}{\partial \delta_n} d\delta_n \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} dP_2 \\ \vdots \\ dP_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_n}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial \delta_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\delta_2 \\ \vdots \\ d\delta_n \end{bmatrix}$$

$$d\vec{P} = \left[ \frac{\partial P}{\partial \delta} \right] d\vec{\delta} \Rightarrow d\vec{\delta} = \left[ \frac{\partial P}{\partial \delta} \right]^{-1} d\vec{P}$$

86

## ادامه محاسبه $ITL$ ها برای یک سیستم:

$$dP_1 = \frac{\partial P_1}{\partial \delta_2} d\delta_2 + \dots + \frac{\partial P_1}{\partial \delta_n} d\delta_n = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial \delta_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\delta_2 \\ \vdots \\ d\delta_n \end{bmatrix}$$

$$= \left[ \frac{\partial P_1}{\partial \delta} \right]^T d\vec{\delta} = \left[ \frac{\partial P_1}{\partial \delta} \right]^T \left( \left[ \frac{\partial P}{\partial \delta} \right]^{-1} d\vec{P} \right) = \left( \left[ \frac{\partial P_1}{\partial \delta} \right]^T \left[ \frac{\partial P}{\partial \delta} \right]^{-1} \right) d\vec{P} = [\alpha_2 \quad \dots \quad \alpha_n] \begin{bmatrix} dP_2 \\ \vdots \\ dP_n \end{bmatrix}$$

$$dP_1 = \alpha_2 dP_2 + \dots + \alpha_n dP_n$$

$$P_{loss} = P_1 + P_2 + \dots + P_n \Rightarrow dP_{loss} = dP_1 + dP_2 + \dots + dP_n$$

$$dP_{loss} = (\alpha_2 dP_2 + \dots + \alpha_n dP_n) + dP_2 + \dots + dP_n$$

$$dP_{loss} = (1 + \alpha_2) dP_2 + \dots + (1 + \alpha_n) dP_n$$

$$dP_{loss} = \frac{\partial P_{loss}}{\partial P_2} dP_2 + \dots + \frac{\partial P_{loss}}{\partial P_n} dP_n$$

87

## ادامه محاسبه $ITL$ ها برای یک سیستم:

$$\left\{ \begin{array}{l} ITL_1 = \frac{\partial P_{loss}}{\partial P_{G1}} = \frac{\partial P_{loss}}{\partial P_1} = 0 \\ ITL_2 = \frac{\partial P_{loss}}{\partial P_{G2}} = \frac{\partial P_{loss}}{\partial P_2} = 1 + \alpha_2 \\ \vdots \\ ITL_n = \frac{\partial P_{loss}}{\partial P_{Gn}} = \frac{\partial P_{loss}}{\partial P_n} = 1 + \alpha_n \end{array} \right.$$

$$[\alpha_2 \quad \dots \quad \alpha_n] = \left[ \frac{\partial P_1}{\partial \delta} \right]^T \left[ \frac{\partial P}{\partial \delta} \right]^{-1} = \left[ \frac{\partial P_1}{\partial \delta_2} \quad \dots \quad \frac{\partial P_1}{\partial \delta_n} \right] \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_n}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial \delta_n} \end{bmatrix}^{-1}$$

88

## فصل سوم : اتصال کوتاه متقارن

حالت‌های بررسی عملکرد سیستم قدرت:

1- حالت پایدار (ایستا): اختلال در سیستم نداریم و بارها نسبت به زمان ثابت اند. معادلات سیستم جبری غیرخطی اند. توسط بخش بار می توان سیستم را تحلیل نمود.

2- حالت دینامیک (پویا) : اختلالات کوچک داریم. اختلالات شامل تغییرات جزئی بار حول نقطه کار سیستم هستند. معادلات سیستم دیفرانسیل خطی هستند که می توان توسط تبدیل لاپلاس آنها را حل نمود.

3- حالت گذرا : اختلالات بزرگ سیستم قدرت را شامل می شوند و به سه گروه تقسیم می شوند:

الف) حالت‌های گذرای فوق سریع

ب) حالت‌های گذرای نیمه سریع

ج) حالت‌های گذرای کند

89

## حالت‌های گذرای فوق سریع :

- ناشی از تخلیه الکتریکی صاعقه بر روی خط انتقال و کلید زنی هستند و به آنها surge گویند.

- فقط در خطوط انتقال اتفاق می افتند و منجر به یک موج الکترومغناطیس می شوند که با سرعتی نزدیک به سرعت نور منتشر می شوند.  
- اثرات این امواج:

- در طول خط رفت و برگشت می کنند و بر اثر مقاومت خطوط به سرعت مستهلک شده و پس از چند رفت و برگشت از بین می روند.

- اندوکنانس بزرگ ترانسفورماتورها مانع از ورود آنها به سیم پیچهای ژنراتورها می شوند و سبب برگشت آنها می شوند ولی دامنه ولتاژهای برگشتی آنها بزرگ است.

- برقگیرها این ولتاژهای زیاد را زمین می کنند ولی در صورت عمل نکردن برقگیرها، عایقهای خطوط تحمل این ولتاژهای بالا را ندارند و لذا در خط اتصال کوتاه بوجود می آورند.

- هدف از مطالعه حالت‌های گذرای فوق سریع، یافتن سطح عایق بندی تجهیزات خط است.

90

## حالت‌های گذرای نیمه سریع (اتصال کوتاه‌ها):

- ناشی از تغییرات ساختاری سریع و غیرعادی سیستم هستند که به آنها خطا (*Fault*) یا **اتصال کوتاه** می‌گوئیم.
- **علل پیدایش خطاها** عبارتند از:
  - **صاعقه**
  - **سالم نبودن تجهیزات** و لوازم سیستم
  - شرایط **جوی** مانند باد و برف و یخبندان شدید و غیره
  - **برخورد وسائل نقلیه زمینی** با دکلها و برخورد وسائل نقلیه هوایی با هادیهای خطوط انتقال
  - **برخورد پرندگان** با هادیهای خطوط انتقال و یا **ورود حیوانات** به پستها و کلید خانه‌ها
  - **سقوط درختان** بر روی هادیهای خطوط انتقال
  - عوامل تصادفی و **اتفاقات غیرقابل پیش بینی**

91

## حالت‌های گذرای کند :

- **اتصال کوتاهها** باعث کاهش ولتاژ ژنراتورها و **کاهش سریع توان** خروجی آنها می‌شوند ولی گاورنر **توان مکانیکی** ورودی به ژنراتور را **کاهش نداده** است. بنابراین ژنراتورها تحت گشتاور **شتاب دهنده** واقع می‌شوند که در صورت تداوم، سبب **نوسانات مکانیکی** رتور ماشین سنکرون می‌شوند.

92

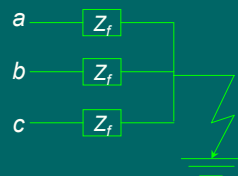
## انواع اتصال کوتاه ها بترتیب شدت خطرناکی:

- 1- اتصال کوتاه سه فاز متقارن
- 2- اتصال کوتاه دوفاز
- 3- اتصال کوتاه تکفاز به زمین (SLG)
- 4- از هم گسیختگی و یا پاره شدن هادیهای خطوط انتقال

93

## اتصال کوتاه سه فاز متقارن :

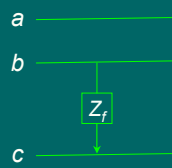
- احتمال وقوع آن کم است (حدود 5 درصد) ولی بسیار خطرناک است زیرا انتقال قدرت بکلی قطع می شود و بالاترین جریانهای اتصالی را بوجود می آورد.
- محل اتصالی باید سریعاً از سیستم قدرت جدا شود.
- کاربرد مطالعه این اتصال کوتاه :
- در حفاظت سیستم و تعیین مقادیر نامی کلیدهای قدرت و رله ها می باشد.
- بررسی پایداری گذرای سیستم قدرت



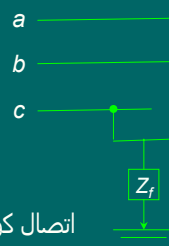
94

## اتصال کوتاه دوفاز :

- دو نوع است:
- دوفاز به هم ( $LL$ )
- دوفاز به هم و به زمین ( $DLG$ )
- توان انتقالی از خط کم می شود.
- باعث نامتقارنی سیستم قدرت می شود.



اتصال کوتاه  $LL$

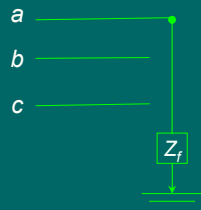


اتصال کوتاه  $DLG$

95

## اتصال یکفاز به زمین ( $SLG$ ):

- معمولا بر اثر شکست الکتریکی و ایجاد جرقه روی مقره ها پدید می آید.
- احتمال وقوع آن حدود 75 درصد است.

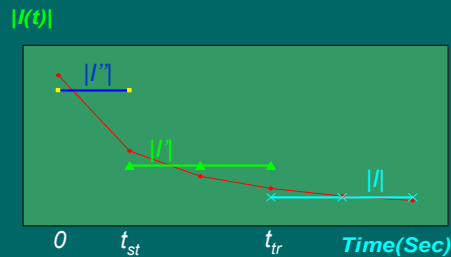


- تذکر : تعداد زیادی از اتصال کوتاه ها خود به خود برطرف می شوند. یعنی با کاهش جریان خطا، یونیزاسیون مسیر اتصالی از بین می رود و عایق وضعیت عادی خود را باز می یابد. لذا از ریکلوزرها استفاده می شود.

96



## تغییرات مقدار موثر جریان اتصال کوتاه سنکرون و تقریبهای پله ای آن :

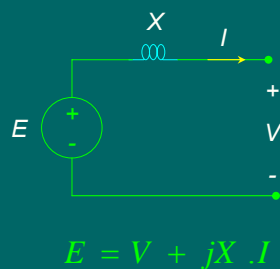


- $|i''|$  تقریب پله ای جریان اتصال کوتاه زیر گذرا
- $|i'|$  تقریب پله ای جریان اتصال کوتاه گذرا
- $|i|$  تقریب پله ای جریان اتصال کوتاه پایدار

-  $t_{st}$  زمان دوره زیر گذرا که حدود 2 سیکل (0.04 ثانیه) است.  
 -  $t_{tr}$  زمان دوره گذرا که حدود 25 سیکل (0.5 ثانیه) است.

97

## مدل ژنراتور سنکرون در اتصال کوتاه :



- مدل ژنراتور سنکرون در حالت های زیرگذرا، گذرا و پایدار به شکل بالا است. فقط

در حالت گذرا به جای X باید X' و به جای E باید E' را قرار داد. و در حالت زیرگذرا به جای X باید X'' و به جای E باید E'' را قرار داد.

98

## روشهای محاسبه اتصال کوتاه متقارن سه فاز در سیستم قدرت :

دو روش وجود دارد:

- 1- روش مستقیم
- 2- روش استفاده از قضیه تونن

99

## روش مستقیم محاسبه اتصال کوتاه متقارن سه فاز:

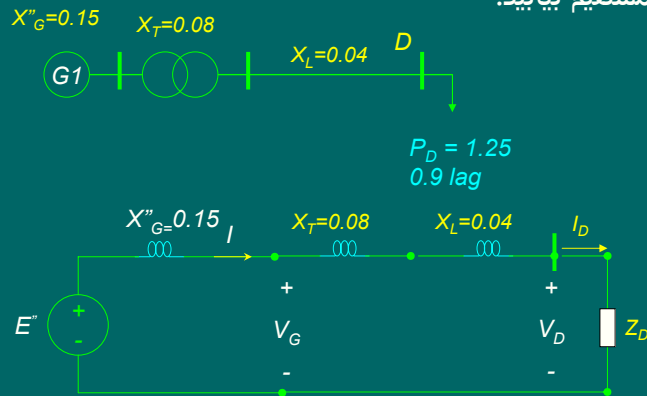
مراحل روش:

- 1- محاسبه ولتاژهای ترمینالها و جریانهای ژنراتورها و موتورهای سنکرون با استفاده از پخش بار در **قبل اتصال کوتاه**
- 2- محاسبه ولتاژهای **داخلی** ژنراتورها ( $E''$ ،  $E'$ ،  $E$ ) با استفاده از مدل ژنراتور سنکرون و فرمول آن
- 3- اتصال نقطه مورد نظر به نقطه صفر سیستم و محاسبه جریانهای لازم با ثابت نگه داشتن  $E''$ ،  $E'$ ،  $E$

100

### مثال 3-1: روش مستقیم اتصال کوتاه

در سیستم قدرت شکل زیر، ولتاژ بار در لحظه اتصال کوتاه  $1.02 < 0$  بوده است. اتصال کوتاه سه فاز در نقطه  $D$  اتفاق می افتد. جریان اتصال کوتاه را به روش مستقیم بیابید.



حل:

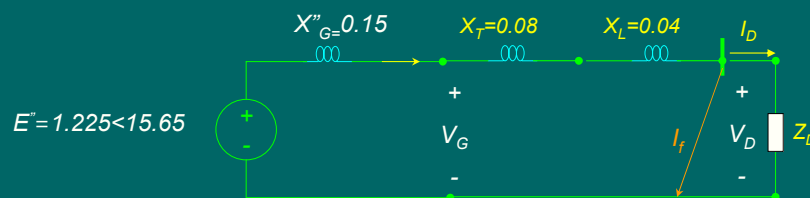
101

### ادامه حل مثال 3-1

$$|I_D| = \frac{P_D}{|V_D| \cos \phi} = \frac{1.25}{1.02 \times 0.9} = 1.361$$

$$I_D = 1.361 \angle -\cos^{-1} 0.9 = 1.361 \angle -25.84^\circ$$

$$E''_G = V_D + j(X''_G + X_T + X_L)I_D = 1.02 \angle 0 + j(0.15 + 0.08 + 0.04) \times (1.361 \angle -25.84^\circ) = 1.225 \angle 15.65^\circ$$



$$I_f = \frac{E''_G}{j(X''_G + X_T + X_L)} = \frac{1.225 \angle 15.65^\circ}{j(0.15 + 0.08 + 0.04)} = 4.537 \angle -74.32^\circ$$

102

## روش قضیه تونن برای محاسبه اتصال کوتاه متقارن سه فاز :

مراحل روش:

- 1- محاسبه کلیه ولتاژها و جریانها در **قبل** از اتصال کوتاه با استفاده از پخش بار در قبل اتصال کوتاه
- 2- پیدا کردن مدار **معادل تونن** از دید نقطه اتصال کوتاه
- 3- اعمال اتصال کوتاه به مدار معادل تونن و محاسبه **جریان اتصال**

**کوتاه  $I_f$**

- 4- قرار دادن منبع جریان  $I_f$  در مدار اولیه و محاسبه **اثر اتصال کوتاه** در کلیه جریانها و ولتاژها

- 5- محاسبه جریانها و ولتاژها در **بعد** از اتصال کوتاه:

$$V^f = V^0 + \Delta V$$

$V^f$  ولتاژ بعد از اتصال کوتاه

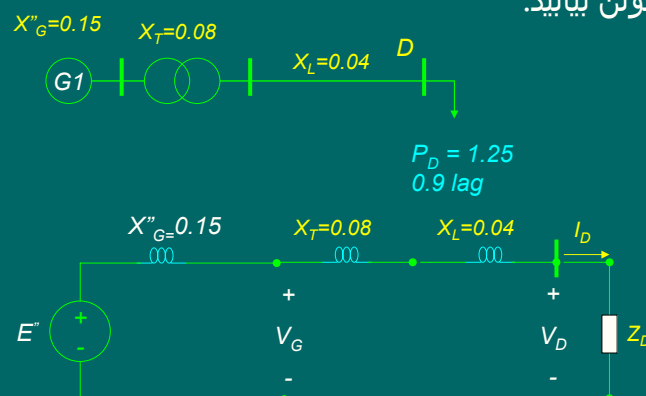
$V^0$  ولتاژ قبل از اتصال کوتاه

$\Delta V$  تغییرات ولتاژ ناشی از اتصال کوتاه

103

## مثال 2-3: روش تونن اتصال کوتاه

در سیستم قدرت شکل زیر، ولتاژ بار در لحظه اتصال کوتاه  $1.02 < 0$  بوده است. اتصال کوتاه سه فاز در نقطه  $D$  اتفاق می افتد. جریان اتصال کوتاه را به روش تونن بیابید.

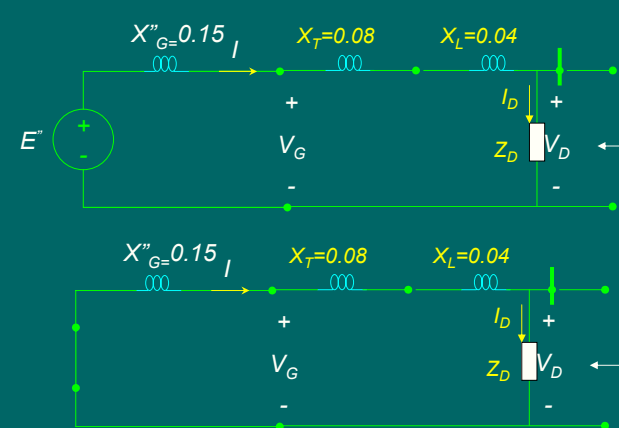


حل:

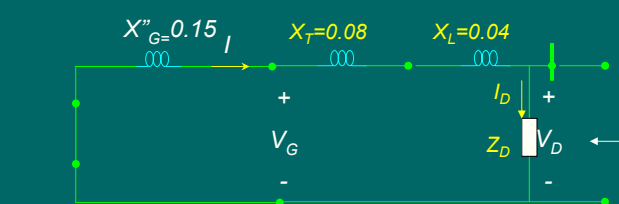
104

ادامه حل مثال 2-3

$$|I_D| = \frac{P_D}{|V_D| \cos \phi} = \frac{1.25}{1.02 \times 0.9} = 1.361$$

$$I_D = 1.361 \angle -\cos^{-1} 0.9 = 1.361 \angle -25.84^\circ$$


تونن



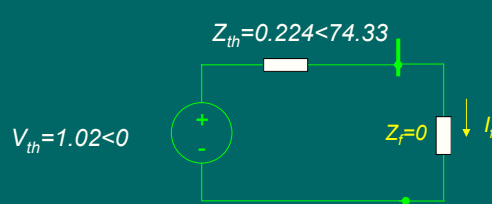
تونن  
 $Z_{th}$

$$Z_D = \frac{V_D}{I_D} = \frac{1.02 \angle 0}{1.361 \angle -25.84} = 0.749 \angle 25.84^\circ$$

$$Z_{th} = j(X''_G + X_T + X_L) \parallel Z_D = (j0.27) \parallel (0.749 \angle 25.84^\circ) = 0.224 \angle 74.33^\circ$$

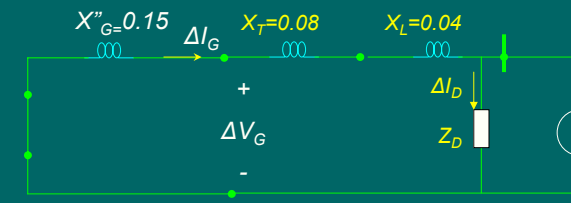
105  $V_{th} = V_D = 1.02 \angle 0$

ادامه حل مثال 2-3



$$I_f = \frac{V_{th}}{(Z_{th} + Z_f)} = \frac{1.02 \angle 0}{(0.224 \angle 74.33 + 0)} = 4.55 \angle -74.33^\circ$$

می خواهیم جریان ژنراتور را در بعد اتصال کوتاه محاسبه کنیم:



تونن

$$\Delta I_G = \frac{Z_D}{Z_D + j(X''_G + X_T + X_L)} I_f = \frac{0.749 \angle 25.84}{0.749 \angle 25.84 + j0.27} \times (4.55 \angle -74.33) = 3.786 \angle -89.99^\circ$$

106  $I_G = I_G^0 + \Delta I_G = 1.361 \angle -25.84^\circ + 3.786 \angle -89.99^\circ = 3.419 \angle -69.02^\circ$

## محاسبات قانونمند اتصال کوتاه متقارن

یک شبکه قدرت با  $n$  باس در نظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم در باس  $q$  یک اتصال کوتاه متقارن سه فاز با امپدانس  $Z_f$  رخ داده است. می‌خواهیم ولتاژ باسها و جریانهای خطوط را در بعد از اتصال کوتاه بدست آوریم. مراحل زیر را انجام می‌دهیم:

1- فرض می‌کنیم ولتاژ باسها در قبل از اتصال کوتاه

$$V^n = \begin{bmatrix} V_1^0 \\ \vdots \\ V_i^0 \\ \vdots \\ V_n^0 \end{bmatrix}$$

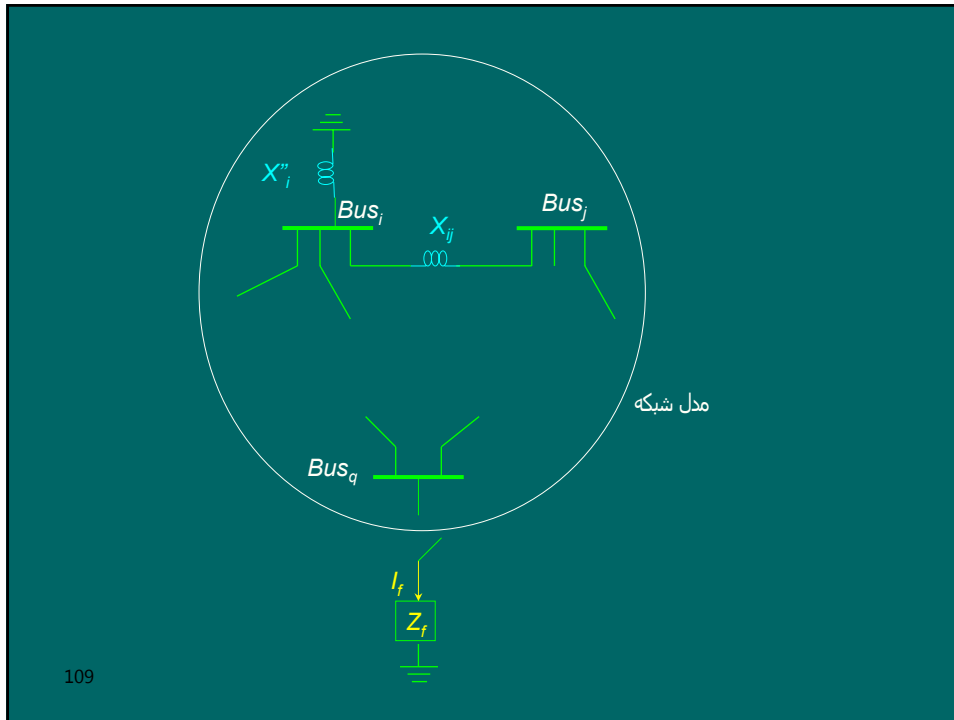
مشخص باشند. ولتاژ باسها در قبل از اتصال کوتاه یا بوسیله پخش بار بدست می‌آیند و یا با تقریب ولتاژ تمام باسها در قبل از اتصال کوتاه را  $1 < 0$  فرض می‌کنیم. در صورت اخیر جریان کلیه خطوط هم در قبل از اتصال کوتاه صفر خواهند بود.

107

2- مدار معادل تمام ژنراتورها، خطوط و بارها را با امپدانسهای معادل جایگذاری می‌کنیم. معمولا ساده‌سازیهایی زیر را اعمال می‌کنیم:

- معمولا از ادمیتانس خازنی خطوط و همچنین مقاومتهای اهمی ژنراتورها، خطوط و بارها صرف‌نظر می‌کنیم.
- چون جریانهای اتصال کوتاه نسبت به جریانهای بارها بسیار بزرگتر هستند، عموما از جریانهای بارها صرف‌نظر می‌کنیم یعنی امپدانس بارها را اتصال باز در نظر می‌گیریم.
- ولتاژ داخلی ژنراتورها را صفر می‌کنیم و بسته به اینکه جریانهای زیرگذرا، گذرا و یا پایدار اتصال کوتاه را بخواهیم از  $X'_g$ ،  $X''_g$  و یا  $X_g$  برای مدل امپدانس ژنراتور استفاده می‌کنیم.
- نمونه مدل در شکل زیر:

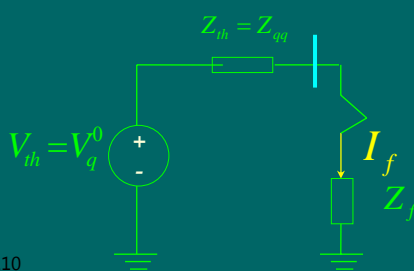
108



3- ماتریس امپدانس  $Z_{BUS}$  را برای سیستم مدل شده به طریق فوق بدست می آوریم.

$$Z_{bus} = Y_{bus}^{-1} = \begin{bmatrix} Z_{11} & \dots & Z_{1n} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ Z_{n1} & \dots & Z_{nn} \end{bmatrix}$$

4- مدار معادل تونن را از دید باس  $q$  تشکیل می دهیم. ولتاژ تونن برابر  $V_q^0$  و امپدانس تونن برابر  $Z_{qq}$  خواهد بود. سپس جریان اتصال کوتاه  $I_f$  را از روی مدل تونن بطریق زیر محاسبه می کنیم:



$$I_f = \frac{V_q^0}{Z_f + Z_{qq}}$$

110

5- با توجه به قضیه تونن تغییرات ولتاژ ناشی از اتصال کوتاه را بصورت زیر محاسبه می کنیم:

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \vdots \\ \Delta V_i \\ \vdots \\ \Delta V_q \\ \vdots \\ \Delta V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & \cdots & Z_{1q} & \cdots & Z_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_{i1} & \cdots & Z_{iq} & \cdots & Z_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_{q1} & \cdots & Z_{qq} & \cdots & Z_{qn} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_{n1} & \cdots & Z_{nq} & \cdots & Z_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ -I_f \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow \Delta V_i = Z_{iq}(-I_f) = -\frac{Z_{iq} \cdot V_q^0}{Z_f + Z_{qq}}$$

6- ولتاژ تمام باسها در بعد از اتصال کوتاه را از جمع ولتاژهای قبل از اتصال کوتاه و تغییرات ولتاژ ناشی از اتصال کوتاه بدست می آوریم :

$$V_i^f = V_i^0 + \Delta V_i = V_i^0 - \frac{Z_{iq} \cdot V_q^0}{Z_f + Z_{qq}}$$

111

7- جریانهای خطوط در بعد از اتصال کوتاه با استفاده از ولتاژ باسهای دو انتهای آن محاسبه می شوند. مثلاً برای خط  $L_{ik}$  داریم :

$$I_{ik}^f = \frac{V_i^f - V_k^f}{jX_{ik}}$$

8- ظرفیت اتصال کوتاه (قدرت قطع) باس  $q$  را با توجه به تعریف آن بدست می آوریم.

طبق تعریف ظرفیت اتصال کوتاه (SCC) یک باس برابر حاصلضرب ولتاژ باس در قبل از اتصال کوتاه در جریان اتصال کوتاه آن باس می باشد.

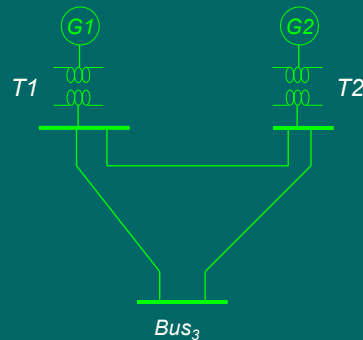
چون معمولاً حداکثر ظرفیت اتصال کوتاه مد نظر است بایست حداکثر جریان اتصال کوتاه را در نظر گرفت یعنی باید  $Z_f = 0$  و برای ژنراتورها از مدل  $X_g$  استفاده نمود. ضمناً دامنه ولتاژ باس در قبل از اتصال کوتاه یک پریونیت فرض می شود.

$$112 \quad SCC_q = |V_q^0| \cdot |I_q^f| = |V_q^0| \cdot \frac{|V_q^0|}{|Z_{th}|} \approx 1 \frac{1}{X_{th}} = \frac{1}{X_{th}}$$



## مثال 3-2: روش قضیه تونن اتصال کوتاه

در سیستم قدرت شکل زیر، در باس 3 یک اتصال کوتاه سه فاز متقارن بی واسطه رخ می دهد. ولتاژ کلیه باسها و جریان خطوط در بعد از اتصال کوتاه و ظرفیت اتصال کوتاه باس 3 را بیابید. ولتاژ باسها در قبل از اتصال کوتاه را  $1 < 0$  فرض نموده و از جریان بارها صرف نظر کنید.



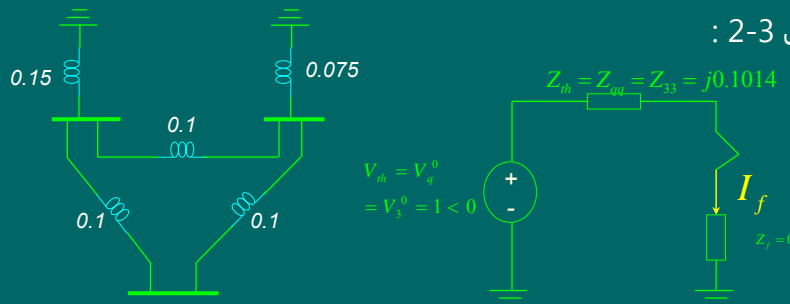
$$X_{g1} + X_{T1} = 0.15 \text{ pu}$$

$$X_{g2} + X_{T2} = 0.075 \text{ pu}$$

$$X_{L12} = X_{L13} = X_{L23} = 0.1 \text{ pu}$$

113

### حل مثال 3-2:



$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} \frac{1}{j0.15} + \frac{1}{j0.1} + \frac{1}{j0.1} & \frac{-1}{j0.1} & \frac{-1}{j0.1} \\ \frac{-1}{j0.1} & \frac{1}{j0.075} + \frac{1}{j0.1} + \frac{1}{j0.1} & \frac{-1}{j0.1} \\ \frac{-1}{j0.1} & \frac{-1}{j0.1} & \frac{1}{j0.1} + \frac{1}{j0.1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j2667 & j10 & j10 \\ j10 & -j3333 & j10 \\ j10 & j10 & -j20 \end{bmatrix}$$

$$Z_{bus} = Y_{bus}^{-1} = \begin{bmatrix} j0.073 & j0.0386 & j0.0558 \\ j0.0386 & j0.0558 & j0.0472 \\ j0.0558 & j0.0472 & j0.1014 \end{bmatrix}$$

$$I_f = \frac{V_q^0}{Z_f + Z_{gg}} = \frac{V_3^0}{Z_f + Z_{33}} = \frac{1 < 0}{0 + j0.1014} = -j9.862 = 9.862 < -90^\circ$$

114

ادامه حل مثال 2-3 :

$$\begin{aligned}\Delta V_1 &= Z_{1q} (-I_f) \\ \Delta V_1 &= Z_{13} (-I_f) = (j0.0558)(j9.862) = -0.5368 \\ \Delta V_2 &= Z_{23} (-I_f) = (j0.0472)(j9.862) = -0.4541 \\ \Delta V_3 &= Z_{33} (-I_f) = (j0.1014)(j9.862) = -1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}V_1^f &= V_1^0 + \Delta V_1 \\ V_1^f &= V_1^0 + \Delta V_1 = 1 \angle 0 + (-0.5368) = 0.4632 \\ V_2^f &= V_2^0 + \Delta V_2 = 1 \angle 0 + (-0.4541) = 0.5459 \\ V_3^f &= V_3^0 + \Delta V_3 = 1 \angle 0 + (-1) = 0\end{aligned}$$

$$I_{ij}^f = \frac{V_i^f - V_j^f}{jX_{ij}}$$

$$I_{12}^f = \frac{V_1^f - V_2^f}{jX_{12}} = \frac{0.4632 - 0.5459}{j0.1} = j0.8270$$

$$SCC_q = |V_q^0| \cdot |I_q^f| = |V_q^0| \frac{|V_q^0|}{|Z_{th}|} \approx 1 \frac{1}{X_{th}} = \frac{1}{X_{th}}$$

$$SCC_3 = |V_3^0| \cdot |I_3^f| = \frac{1}{X_{33}} = \frac{1}{0.1014} = 9.8616$$

115

$$SCC_3 = |V_3^0| \cdot |I_3^f| = 1 \times 9.862 = 9.862$$

## فصل چهارم : اتصال کوتاه نامتقارن

مشخصات سیستم دارای تقارن فاز:

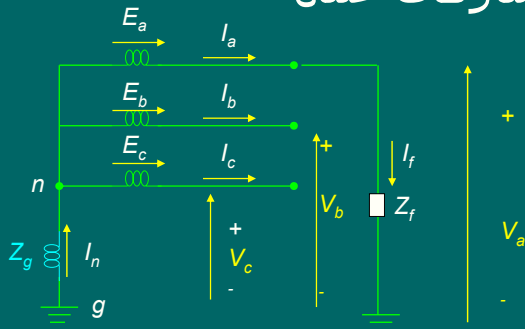
- امپدانس بارها در هر سه فاز برابرند.
- امپدانس خطا در هر سه فاز برابر است.
- ولتاژها، جریانها و نیرومحرکه دارای تقارن سه فاز بودند.
- مجموع جبری جریانهای سه فاز صفر بودند در نتیجه بین نقاط خنثی ژنراتور و یا ترانسفورماتور جریان نداریم و افت ولتاژ نداریم. بنابراین تمام نقاط خنثی در سیستم متعادل با زمین هم پتانسیل هستند.

نتایج :

- سیستم یک فاز تحلیل می شود.
- جریانها و ولتاژهای فازهای دیگر از روی فاز اول دست می آیند.
- توان سه فاز از سه برابر کردن توان یکفاز بدست می آید.
- سیستم نامتعادل: یا بار نامتعادل داریم و یا اتصال کوتاه نامتقارن رخ داده است.

116

## معرفی جریانها و ولتاژهای خنثی



در سیستم نامتقارن نقطه مینا، زمین (نقطه  $g$ ) فرض می شود. بنابراین منظور از ولتاژ هر فاز، ولتاژ آن فاز نسبت به زمین است.

$$I_n = I_a + I_b + I_c$$

$$V_n = V_{ng} = -Z_g I_n = -Z_g (I_a + I_b + I_c)$$

$$I_a = I_f \quad I_b = 0 \quad I_c = 0$$

$$V_a = V_{ng} = Z_f I_f$$

$$V_{un} = V_{ag} - V_{ng} = V_a - V_n = V_a + Z_g (I_a + I_b + I_c)$$

117

## تعریف $\alpha$

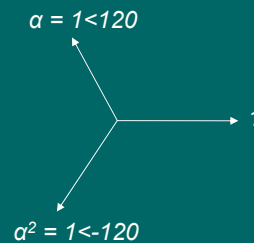
تعریف می کنیم:  $\alpha = e^{j120} = 1 < 120^\circ$   
 اگر  $\alpha$  در یک فاز ضرب شود فقط فاز آنرا به اندازه 120 درجه اضافه می کند (در جهت مثلثاتی می چرخاند).  
 می توان نشان داد:

$$\alpha^2 = \alpha^* = 1 < -120^\circ$$

$$\alpha^3 = 1$$

$$(\alpha^2)^* = \alpha$$

$$1 + \alpha + \alpha^2 = 0$$



118

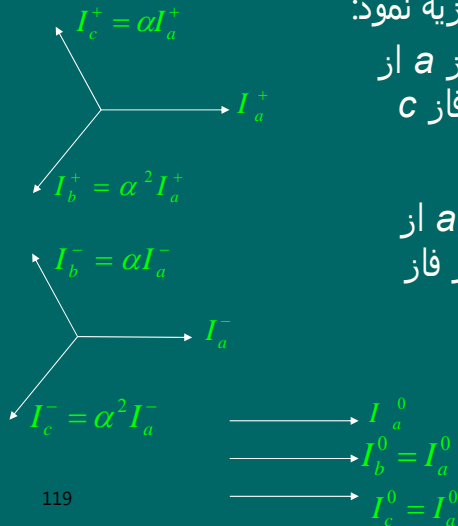
## مولفه های متقارن

می توان نشان داد که هر مجموعه فازور سه فاز **نامتقارن** را می توان به سه مجموعه مولفه **متقارن** زیر تجزیه نمود:

الف) مجموعه توالی **مثبت** (abc): فاز a از فاز b 120 جلوتر است و فاز c از فاز b 120 درجه جلوتر است.

ب) مجموعه توالی **منفی** (acb): فاز a از فاز b 120 عقب تر است و فاز c از فاز b 120 درجه عقب تر است.

ج) مجموعه توالی **صفر**: هر سه فاز هم فاز و مساویند.



119

## تجزیه به مولفه های متقارن

$$\begin{cases} I_a = I_a^+ + I_a^- + I_a^0 \\ I_b = I_b^+ + I_b^- + I_b^0 = \alpha^2 I_a^+ + \alpha I_a^- + I_a^0 \\ I_c = I_c^+ + I_c^- + I_c^0 = \alpha I_a^+ + \alpha^2 I_a^- + I_a^0 \end{cases}$$

شکل ماتریسی:

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \\ \alpha & \alpha^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a^+ \\ I_a^- \\ I_a^0 \end{bmatrix} \rightarrow \vec{I}_p = T \vec{I}_s \rightarrow I_s = T^{-1} I_p$$

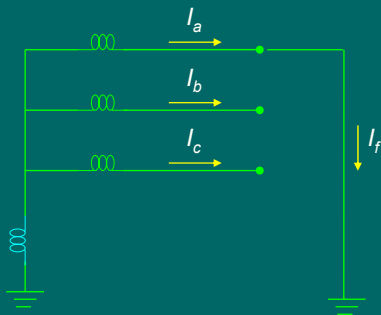
$I_p$  جریانهای فازی و  $I_s$  مولفه های متقارن جریانها هستند.

ماتریس تبدیل فورتنسکیو و معکوس آن:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \\ \alpha & \alpha^2 & 1 \end{bmatrix} \quad T^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

120

### مثال 1-4



در ژنراتور بی بار شکل مقابل، یکفاز به زمین اتصال کوتاه شده است. مولفه های متقارن جریان را بر حسب جریان اتصال کوتاه  $I_f$  بیابید.

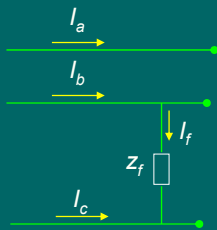
حل:

$$I_s = T^{-1} I_p \rightarrow \begin{bmatrix} I_a^* \\ I_b^* \\ I_c^* \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a = I_f \\ I_b = 0 \\ I_c = 0 \end{bmatrix} \rightarrow I_a^* = I_b^* = I_c^* = \frac{1}{3} I_f$$

نتیجه: اگر یکی از خطوط سه فاز به زمین اتصال کند، دامنه مجموعه مولفه های مثبت، منفی و صفر مساوی خواهند بود.

121

### مثال 2-4



در شبکه شکل مقابل، دو فاز به هم توسط امپدانس  $Z_f$  اتصال کوتاه شده اند. مولفه های متقارن جریان را بر حسب جریان اتصال کوتاه  $I_f$  بیابید.

حل:

$$I_s = T^{-1} I_p \rightarrow \begin{bmatrix} I_a^* \\ I_b^* \\ I_c^* \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a = 0 \\ I_b = I_f \\ I_c = -I_f \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} I_a^* = \frac{j}{\sqrt{3}} I_f \\ I_b^* = \frac{-j}{\sqrt{3}} I_f \\ I_c^* = 0 \end{cases}$$

نتیجه: در اتصال کوتاه خط به خط، دامنه مولفه های مثبت و منفی جریان مساویند و جریان مولفه صفر ندارد.

122

### مثال 3-4

ثابت کنید ولتاژهای خط به خط هیچگاه مولفه توالی صفر ندارند.

حل:

$$V_s = T^{-1}V_p \rightarrow \begin{bmatrix} V_{ab}^+ \\ V_{ab}^- \\ V_{ab}^0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{ab} \\ V_{bc} \\ V_{ca} \end{bmatrix}$$

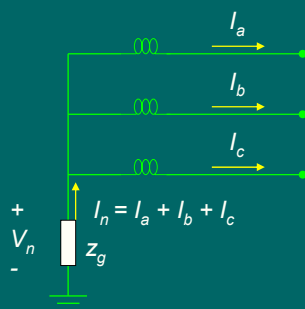
$$\rightarrow V_{ab}^0 = \frac{1}{3}(V_{ab} + V_{bc} + V_{ca}) = \frac{1}{3}(V_a - V_b + V_b - V_c + V_c - V_a) = 0$$

123

### مثال 4-4

نشان دهید سیم نول فقط وقتی جریان دارد که جریانه‌ها مولفه صفر داشته باشند.

حل:



$$I_s = T^{-1}I_p \rightarrow \begin{bmatrix} I_a^+ \\ I_a^- \\ I_a^0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow I_a^0 = \frac{1}{3}(I_a + I_b + I_c) = \frac{1}{3}I_n \rightarrow \text{If } I_a^0 = 0 \Rightarrow \begin{cases} I_n = 0 \\ V_n = -Z_g I_n = 0 \end{cases}$$

نتیجه: تنها جریان توالی صفر، جریان و ولتاژ نول را پدید می آورد.

124

### مثال 4-5

نشان دهید توان کل در یک سیستم نامتعادل برابر با مجموع مولفه های متقارن توان می باشد.  
 حل:

$$S = P + jQ = V_a I_a^* + V_b I_b^* + V_c I_c^* = [V_a \quad V_b \quad V_c] \begin{bmatrix} I_a^* \\ I_b^* \\ I_c^* \end{bmatrix} =$$

$$V_p^T I_p^* = (TV_s)^T (TI_s)^* = V_s^T T^T T^* I_s^* = V_s^T (3U) I_s^* = 3V_s^T I_s^*$$

$$= 3[V_a^+ \quad V_a^- \quad V_a^0] \begin{bmatrix} I_a^+ \\ I_a^- \\ I_a^0 \end{bmatrix}^* = 3V_a^+ I_a^{+*} + 3V_a^- I_a^{-*} + 3V_a^0 I_a^{0*}$$

$$= S^+ + S^- + S^0$$

125

### ادامه مثال 4-5

$$T^T T^* = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \\ \alpha & \alpha^2 & 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \\ \alpha & \alpha^2 & 1 \end{bmatrix}^* = \begin{bmatrix} 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha & \alpha^2 & 1 \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 1+\alpha^3+\alpha^3 & 1+\alpha^4+\alpha^2 & 1+\alpha^2+\alpha \\ 1+\alpha^4+\alpha^2 & 1+\alpha^3+\alpha^3 & 1+\alpha^2+\alpha \\ 1+\alpha^2+\alpha & 1+\alpha^2+\alpha & 1+1+1 \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = 3U$$

126

## معادلات کار ژنراتور سنکرون در بار نامتقارن

شکل کلی معادلات کار ژنراتور سنکرون :

$$\begin{bmatrix} V_{an} \\ V_{bn} \\ V_{cn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_a \\ E_b \\ E_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

چون هر سه فاز شبیه هم هستند و بعلاقتقارن دوره ای فازها عناصر ماتریس امپدانس ژنراتور عبارتند از:

$$Z_{aa} = Z_{bb} = Z_{cc} = Z_1$$

$$Z_{ab} = Z_{bc} = Z_{ca} = Z_2$$

$$Z_{ac} = Z_{cb} = Z_{ba} = Z_3$$

$$Z_p = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 & Z_2 & Z_3 \\ Z_3 & Z_1 & Z_2 \\ Z_2 & Z_3 & Z_1 \end{bmatrix}$$

شکل ماتریسی معادلات کار ژنراتور :

$$V_p = E_p - Z_p I_p$$

127

## بیان معادلات کار ژنراتور بر حسب مولفه ها

$$V_p = E_p - Z_p I_p$$

$$TV_s = E_p - Z_p (TI_s)$$

$$V_s = \underbrace{T^{-1}E_p}_{E_s} - \underbrace{(T^{-1}Z_p T)}_{Z_s} I_s$$

$$V_s = E_s - Z_s I_s$$

$$E_s = T^{-1}E_p = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_a \\ E_b \\ E_c \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_a \\ \alpha^2 E_a \\ \alpha E_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Z_s = T^{-1}Z_p T = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1 & Z_2 & Z_3 \\ Z_3 & Z_1 & Z_2 \\ Z_2 & Z_3 & Z_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \\ \alpha & \alpha^2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z^+ & 0 & 0 \\ 0 & Z^- & 0 \\ 0 & 0 & Z^0 \end{bmatrix}$$

$$Z^+ = Z_1 + \alpha^2 Z_2 + \alpha Z_3 \quad Z^- = Z_1 + \alpha Z_2 + \alpha^2 Z_3 \quad Z^0 = Z_1 + Z_2 + Z_3$$

128



## نتیجه معادلات کار ژنراتور بر حسب مولفه ها

$$V_s = E_s - Z_s I_s \Rightarrow \begin{bmatrix} V_{an}^+ \\ V_{an}^- \\ V_{an}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z^+ & 0 & 0 \\ 0 & Z^- & 0 \\ 0 & 0 & Z^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a^+ \\ I_a^- \\ I_a^0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} V_{an}^+ = E_a - Z^+ I_a^+ \\ V_{an}^- = -Z^- I_a^- \\ V_{an}^0 = -Z^0 I_a^0 \end{cases}$$

نتایج :

- 1- چون  $Z_s$  قطری است بین سه مولفه متقارن هیچ گونه تزویجی وجود ندارد. یعنی ولتاژ هر مولفه فقط به جریان همان مولفه بستگی دارد.
- 2- تنها مولفه توالی مثبت دارای نیرو محرکه القایی  $E_a$  است.
- 3- مولفه توالی  $Z^+$ ،  $Z^-$  و  $Z^0$  با هم مساوی نیستند. بنابراین نمی توان فقط یک مولفه را بدست آورد و سایر مولفه ها را از روی آن محاسبه کرد.

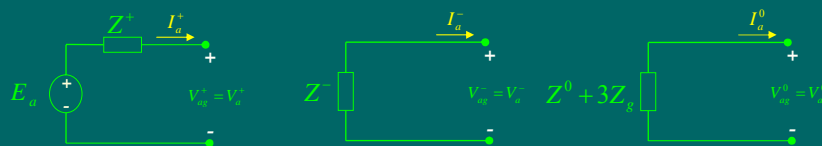
129

## شبکه های توالی معادل ژنراتور سنکرون

زمین (g) مبنا می باشد:

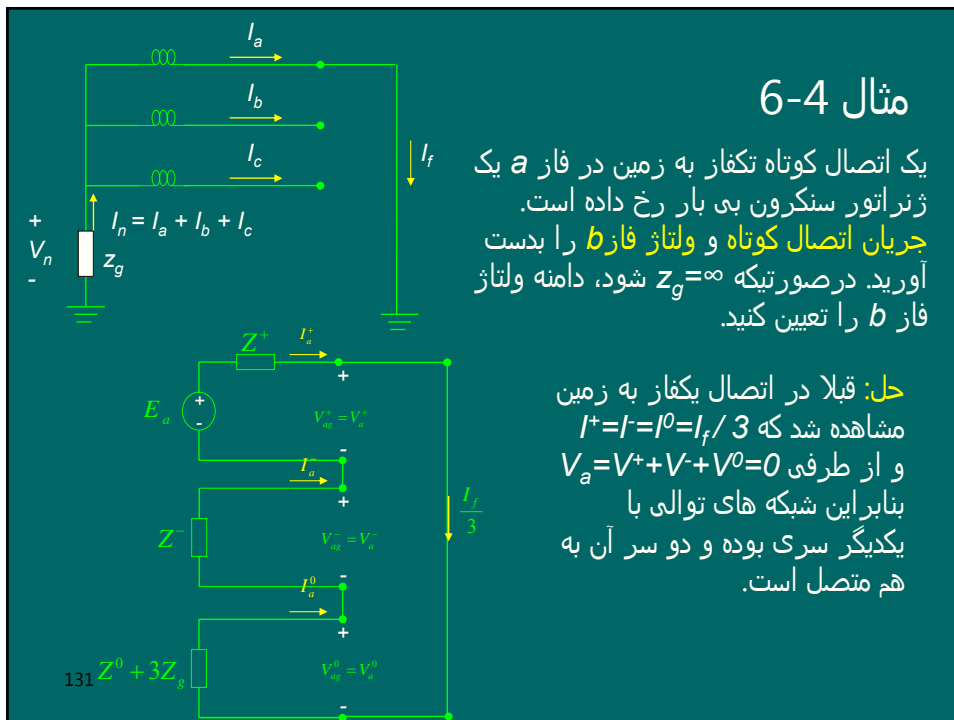
$$V_{ag} = V_{an} + V_{ng} = V_{an} - Z_g (I_a + I_b + I_c)$$

$$\begin{cases} V_{ag}^+ = V_{an}^+ - Z_g (I_a^+ + I_b^+ + I_c^+) = V_{an}^+ - Z_g \times 0 = V_{an}^+ = E_a - Z^+ I_a^+ \\ V_{ag}^- = V_{an}^- - Z_g (I_a^- + I_b^- + I_c^-) = V_{an}^- - Z_g \times 0 = V_{an}^- = -Z^- I_a^- \\ V_{ag}^0 = V_{an}^0 - Z_g (I_a^0 + I_b^0 + I_c^0) = V_{an}^0 - 3Z_g I_a^0 = -(Z^0 + 3Z_g) I_a^0 \end{cases}$$



130

### مثال 6-4



یک اتصال کوتاه تکفاز به زمین در فاز **a** یک ژنراتور سنکرون بی بار رخ داده است. **جریان اتصال کوتاه و ولتاژ فاز b** را بدست آورید. در صورتیکه  $Z_g = \infty$  شود، دامنه ولتاژ فاز **b** را تعیین کنید.

**حل:** قبلا در اتصال یکفاز به زمین مشاهده شد که  $I^+ = I^- = I^0 = I_f / 3$  و از طرفی  $V_a = V^+ + V^- + V^0 = 0$  بنابراین شبکه های توالی با یکدیگر سری بوده و دو سر آن به هم متصل است.

### ادامه حل مثال 6-4

$$I_a^+ = I_a^- = I_a^0 = \frac{I_f}{3} = \frac{E_a}{(Z^+ + Z^- + Z^0 + 3Z_g)} \Rightarrow I_f = \frac{3E_a}{(Z^+ + Z^- + Z^0 + 3Z_g)}$$

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \\ \alpha & \alpha^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a^+ \\ V_a^- \\ V_a^0 \end{bmatrix} \Rightarrow V_b = \alpha^2 V_a^+ + \alpha V_a^- + V_a^0$$

$$V_b = \alpha^2 (E_a - Z^+ I_a^+) + \alpha (-Z^- I_a^-) + (-Z^0 - 3Z_g) I_a^0$$

$$V_b = \alpha^2 (E_a - Z^+ I_a^+) + \alpha (-Z^- I_a^+) + (-Z^0 - 3Z_g) I_a^+$$

$$V_b = \alpha^2 E_a - (\alpha^2 Z^+ + \alpha Z^- + Z^0 + 3Z_g) I_a^+$$

$$V_b = \alpha^2 E_a - (\alpha^2 Z^+ + \alpha Z^- + Z^0 + 3Z_g) \frac{E_a}{(Z^+ + Z^- + Z^0 + 3Z_g)}$$

$$\lim_{Z_g \rightarrow \infty} |V_b| = |\alpha^2 - 1| |E_a| = \sqrt{3} |E_a|$$

نتیجه: در اتصال کوتاه یک فاز ژنراتور به زمین، وقتی نقطه نول به زمین اتصال باز باشد، دامنه ولتاژ فازهای سالم برابر ولتاژ خط می شود.

## امپدانسهای توالی خطوط

$$\begin{bmatrix} \Delta V_{ag} \\ \Delta V_{bg} \\ \Delta V_{cg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 & Z_2 & Z_2 \\ Z_2 & Z_1 & Z_2 \\ Z_2 & Z_2 & Z_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

می توان نشان داد که شکل کلی معادلات افت ولتاژ خطوط در حالت نامتقارن بصورت زیر است :

شکل ماتریسی و تبدیل به مولفه های متقارن :

$$\Delta V_p = Z_p I_p \Rightarrow T \Delta V_s = Z_p (T I_s) \Rightarrow \Delta V_s = \underbrace{(T^{-1} Z_p T)}_{Z_s} I_s \Rightarrow \Delta V_s = Z_s I_s$$

$$Z_s = T^{-1} Z_p T = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1 & Z_2 & Z_2 \\ Z_2 & Z_1 & Z_2 \\ Z_2 & Z_2 & Z_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \\ \alpha & \alpha^2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z^+ & 0 & 0 \\ 0 & Z^- & 0 \\ 0 & 0 & Z^0 \end{bmatrix}$$

$$Z^+ = Z^- = Z_1 - Z_2 = j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{D}{R_s}\right) \quad Z^0 = Z_1 + 2Z_2 = j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{D_s^*}{R_s R_s' D^2}\right)$$

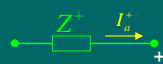
نتایج:

1- ماتریس  $Z_s$  قطری است.

2-  $Z^+ = Z^-$  زیرا خط انتقال عنصر پسو (غیرفعال) است.

133

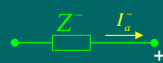
## مدل توالی خط انتقال



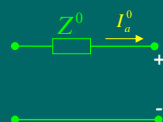
مدل توالی مثبت خط انتقال:



مدل توالی منفی خط انتقال:



مدل توالی صفر خط انتقال:



134

## امپدانسهای توالی مثبت و منفی ترانسفورماتورها

چون ترانس عنصر پسیو و ایستا است در صورت تغییر توالی ولتاژها، امپدانس نشستی آن تغییر نخواهد کرد یعنی:

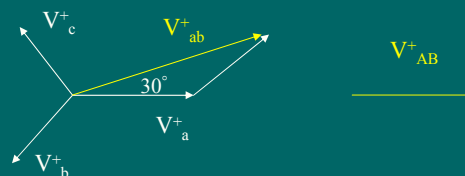
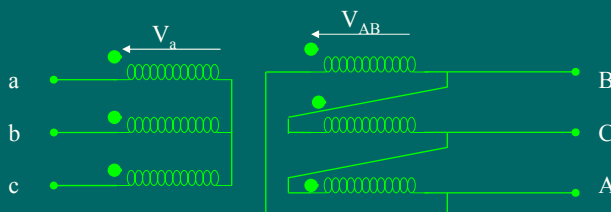
$$Z^+ = Z^- = Z_{Leakage}$$

تذکر: اگر یک ترانسفورماتور سه فاز مولفه های توالی مثبت ولتاژ و جریان را به اندازه  $\alpha$  درجه جابجا کند، مولفه های توالی منفی ولتاژ و جریان را به اندازه  $-\alpha$  درجه جابجا خواهد کرد.

135

## تحقیق جهت جابجائی فاز در ترانسفورماتورها

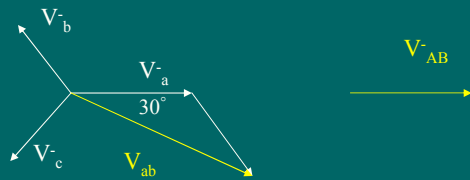
به یک ترانس  $Y\Delta$  یکبار ولتاژ توالی مثبت و بار دیگر ولتاژ توالی منفی اعمال کنید و مقدار و جهت جابجائی فاز بین اولیه و ثانویه را بدست آورید و با هم مقایسه کنید.



- مشاهده می شود که با اعمال ولتاژ توالی مثبت به ترانس، به اندازه  $+30$  درجه جابجائی فاز داریم.

136

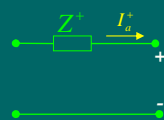
## ادامه تحقیق جهت جابجائی فاز در ترانسفورماتورها



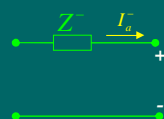
- مشاهده می شود که با اعمال ولتاژ توالی منفی به ترانس، به اندازه  $30^\circ$  درجه جابجائی فاز داریم.

137

## مدل توالی مثبت و منفی ترانسفورماتور



مدل توالی مثبت ترانسفورماتور:



مدل توالی منفی ترانسفورماتور:

$$Z^+ = Z^- = Z_{Leakage}$$

138

## نکاتی در مورد توالی صفر ترانسها

1- امپدانس مغناطیس کنندگی یک ترانس بسیار بزرگ است. بنابراین در عمل آن را اتصال باز می گیرند یعنی از جریان مغناطیس کنندگی صرف نظر می شود:

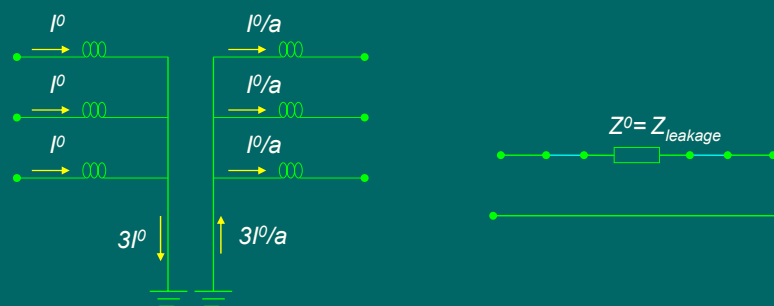
2- چون از جریان مغناطیس کنندگی صرف نظر می شود، هر گاه از یک طرف جریان نگذرد از دیگر نیز جریان نمی گذرد.  
3- در اتصال Y، وقتی جریانهای هم فاز  $I^0$  می توانند جاری شوند که نقطه خنثی زمین شده باشد.

4- در اتصال  $\Delta$ ، جریانهای توالی صفر  $I^0$  بصورت گردشی هستند و در خطوط خروجی، این جریانها وجود ندارند زیرا مسیر برگشت ندارند.

139

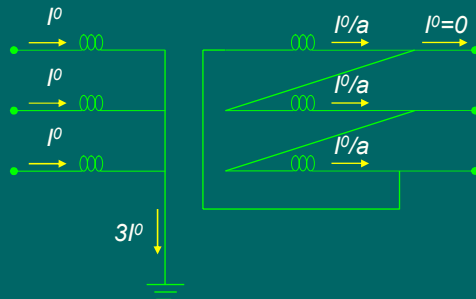
## مدل توالی صفر ترانس ستاره زمین شده-ستاره زمین شده

جریانهای  $I^0$  تنها بوسیله امپدانس نشتی آنها محدود می شوند.

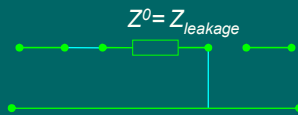


140

### مدل توالی صفر ترانس ستاره زمین شده - مثلث

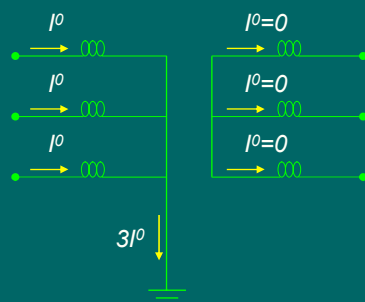


امکان عبور جریان در هر دو طرف وجود دارد ولی در طرف مثلث جریانش گردشی اند و در خط جریان توالی صفر وجود ندارد.

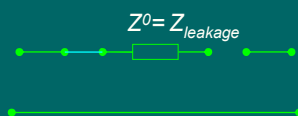


141

### مدل توالی صفر ترانس ستاره زمین شده - ستاره



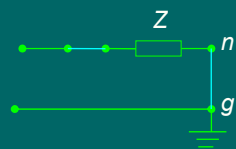
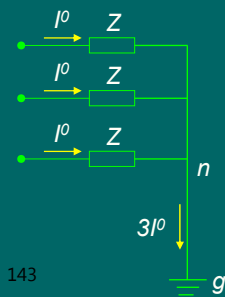
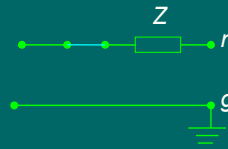
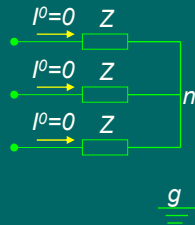
چون در طرف ستاره جریان توالی صفر نمی توانند جریان یابند، در طرف ستاره زمین شده هم جریان نداریم.



142

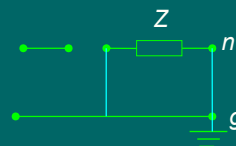
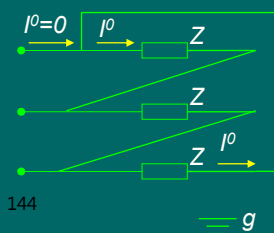
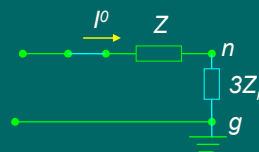
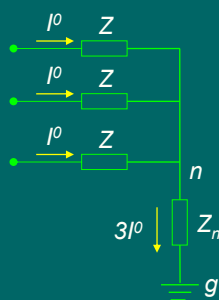
## شبکه های توالی صفر در مدارها

مینا زمین است.



143

## ادامه شبکه های توالی صفر در مدارها

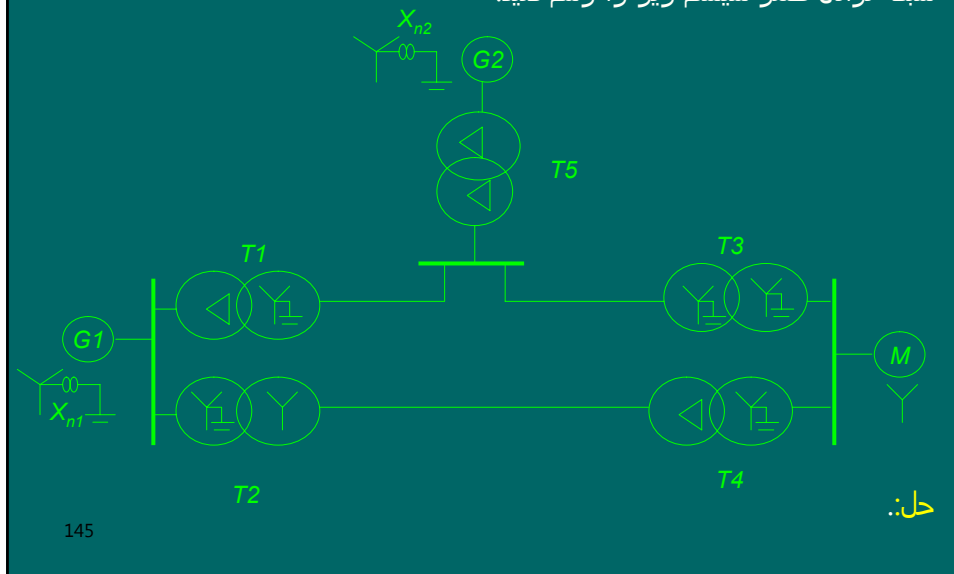


144

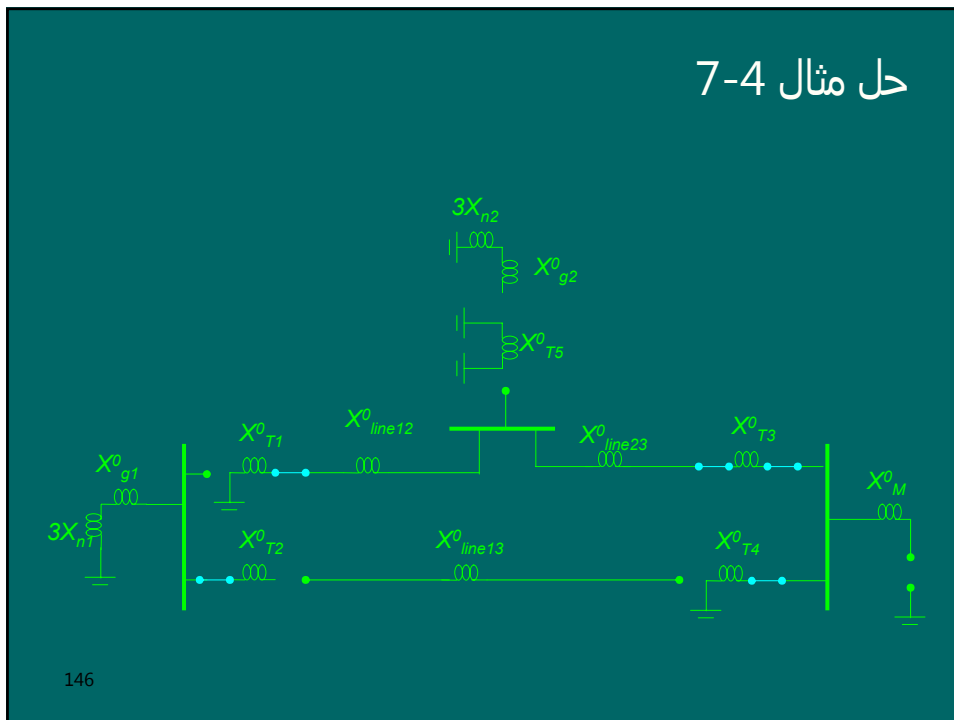


## مثال 7-4

شبکه توالی صفر سیستم زیر را رسم کنید.



## حل مثال 7-4



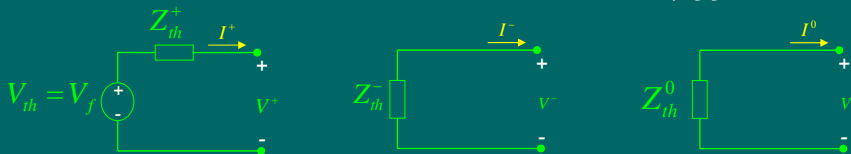
## روشهای حل اتصال کوتاه نامتقارن

- 1- روش حل با استفاده از مدار معادل تونن شبکه های توالی و اتصال آنها برای فالتهای متداول
- 2- روش حل با استفاده از فرمولهای کلی برای فالتهای غیرمتداول و سیستمهای بزرگ

147

## مراحل روش اتصال شبکه های توالی

- 1- جریانهای عناصر سیستم و ولتاژ محل اتصال کوتاه ( $V_f$ ) را در قبل از اتصال کوتاه محاسبه می کنیم.
- 2-  $V_f$  را بعنوان ولتاژ تونن شبکه از دیدگاه نقطه اتصال کوتاه شده در نظر می گیریم که فقط در مدار معادل مثبت ظاهر می شود.
- 3- شبکه های توالی مثبت، منفی و صفر سیستم را رسم می کنیم.
- 4- امپدانس معادل تونن هر یک از شبکه های توالی را از دیدگاه نقطه اتصال کوتاه شده تعیین می کنیم و مدارهای معادل تونن شبکه های توالی را بدست می آوریم.

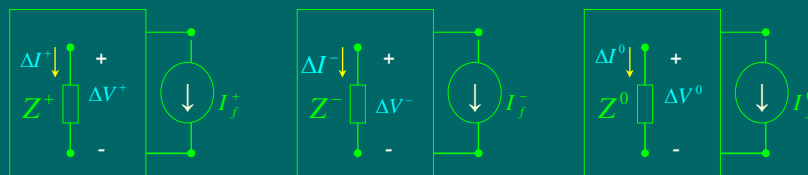


148

## ادامه مراحل روش اتصال شبکه های توالی

5- با توجه به نوع اتصال کوتاه، شبکه های تونن توالی را بصورت مناسب به هم وصل می کنیم و از اتصال آنها مولفه های جریان اتصال کوتاه یعنی  $I_f^+$ ،  $I_f^-$  و  $I_f^0$  را بدست می آوریم.

6- منابع جریان با اندازه های  $I_f^+$ ،  $I_f^-$  و  $I_f^0$  را به شبکه های توالی سیستم با منابع داخلی صفر شده اعمال نموده و مولفه های تغییرات ولتاژها و جریانهای عناصر مورد نیاز سیستم را محاسبه می کنیم.



149

## ادامه مراحل روش اتصال شبکه های توالی

7- تغییرات ولتاژ و جریانهای فازها را در عناصر مورد نیاز از تبدیل فورتنسکیو بدست می آوریم:

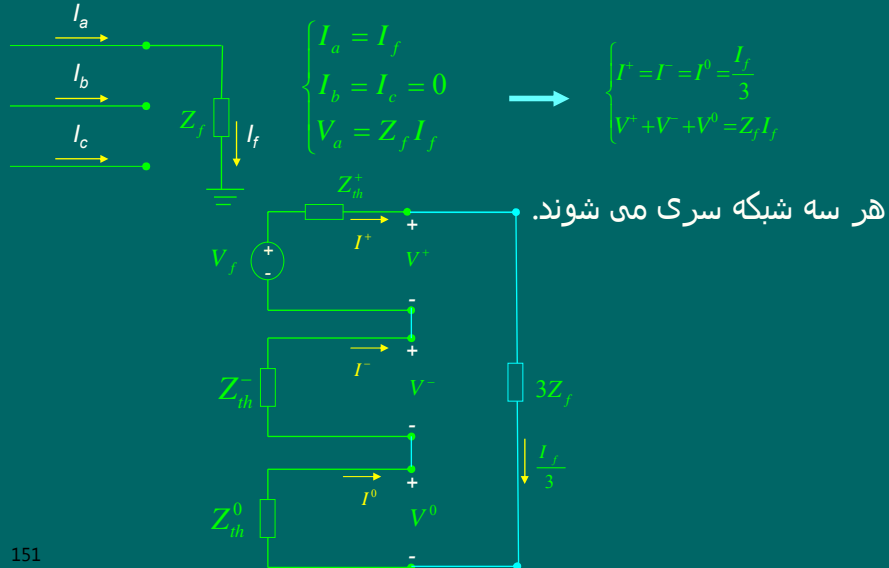
$$\Delta V_p = T \Delta V_s = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \\ \alpha & \alpha^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V^+ \\ \Delta V^- \\ \Delta V^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta V_a \\ \Delta V_b \\ \Delta V_c \end{bmatrix} \quad \Delta I_p = T \Delta I_s = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \\ \alpha & \alpha^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta I^+ \\ \Delta I^- \\ \Delta I^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta I_a \\ \Delta I_b \\ \Delta I_c \end{bmatrix}$$

8- با جمع ولتاژ و جریانهای فازها در قبل از اتصال کوتاه و تغییرات ولتاژ و جریانهای ناشی از اتصال کوتاه، ولتاژ و جریانهای بعد از اتصال کوتاه را بدست می آوریم:

$$V_p^f = V_p^0 + \Delta V_p = \begin{bmatrix} V_a^0 \\ V_b^0 \\ V_c^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta V_a \\ \Delta V_b \\ \Delta V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_a^f \\ V_b^f \\ V_c^f \end{bmatrix} \quad I_p^f = I_p^0 + \Delta I_p = \begin{bmatrix} I_a^0 \\ I_b^0 \\ I_c^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta I_a \\ \Delta I_b \\ \Delta I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_a^f \\ I_b^f \\ I_c^f \end{bmatrix}$$

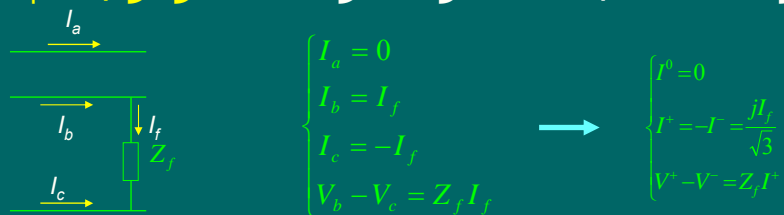
150

### نحوه اتصال شبکه های توالی در اتصال تکفاز به زمین

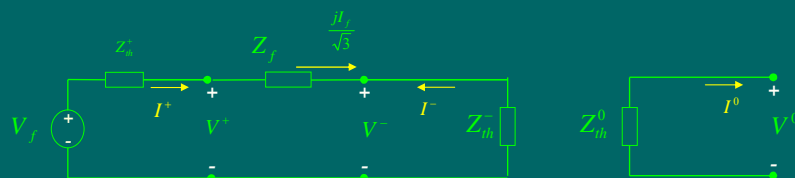


151

### نحوه اتصال شبکه های توالی در اتصال دوفاز به هم

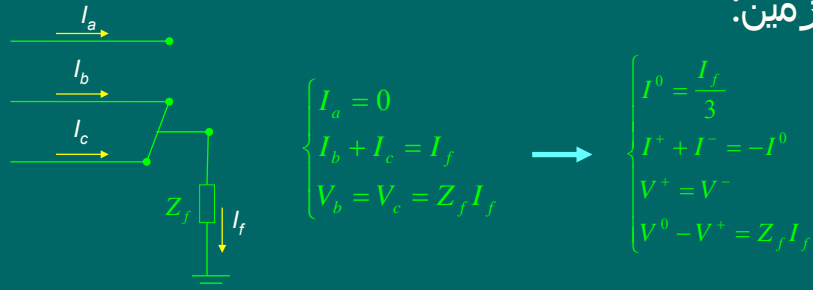


شبکه های مثبت و منفی موازی می شوند و شبکه صفر باز است.

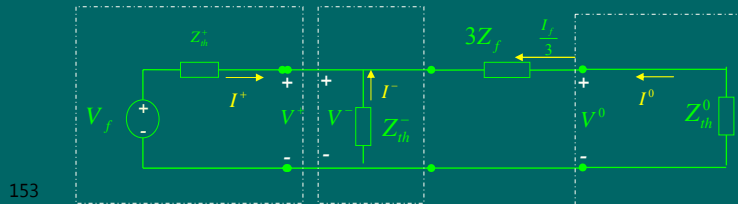


152

نحوه اتصال شبکه های توالی در اتصال دوفاز به هم و به زمین:

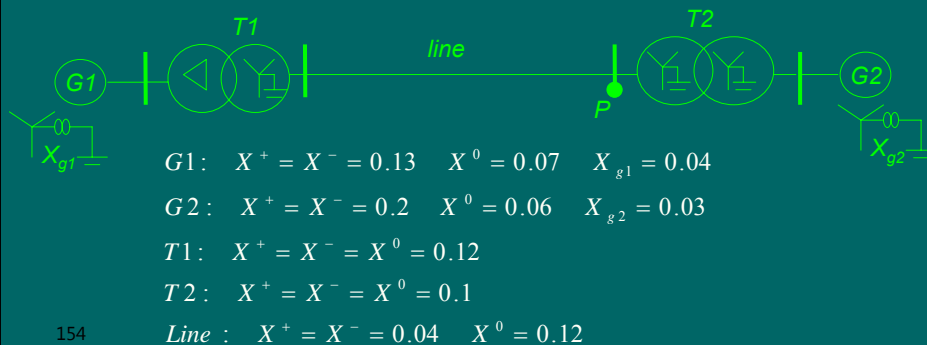


هر سه شبکه توالی موازی می شوند.



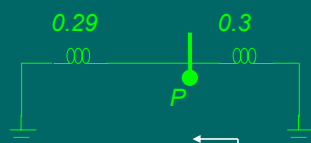
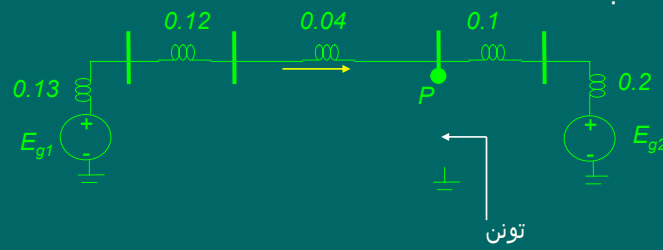
## مثال 8-4

در سیستم قدرت شکل فوق، در نقطه  $P$  یک اتصال کوتاه دوفاز به هم و به زمین با امپدانس  $Z_f = j0.02$  رخ می دهد. شبکه در قبل از اتصال کوتاه بی بار و ولتاژ تمامی باسها  $1 < 0$  فرض می شود. جریان خط انتقال را در بعد از اتصال کوتاه برای هر فاز محاسبه کنید.



### حل مثال 8-4

مدل توالی مثبت شبکه:

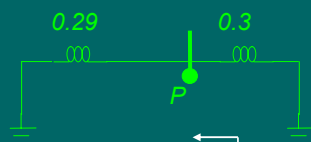
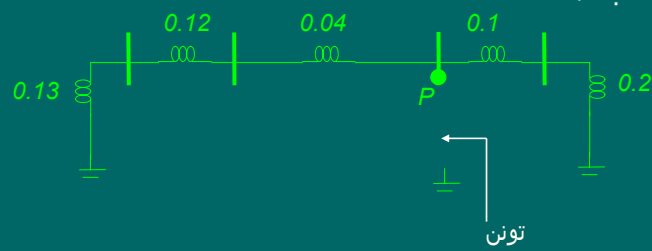


$$X_{th}^+ = 0.29 \parallel 0.3 = 0.147$$

155

### ادامه حل مثال 8-4

مدل توالی منفی شبکه:

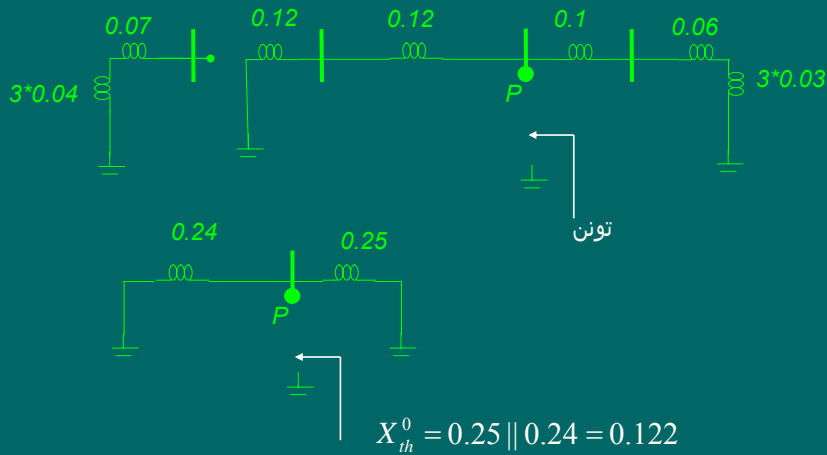


$$X_{th}^- = 0.29 \parallel 0.3 = 0.147$$

156

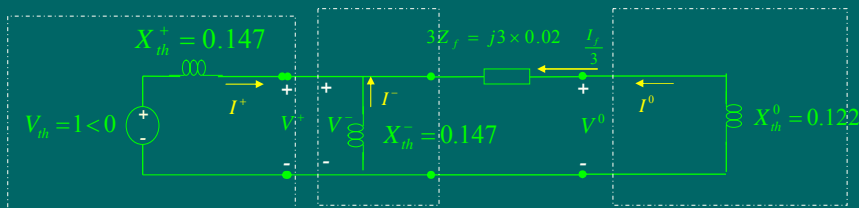
ادامه حل مثال 8-4

مدل توالی صفر شبکه:



157

ادامه حل مثال 8-4



$$I^+ = \frac{V_{th}}{j[X_{th}^+ + (X_{th}^- \parallel (3Z_f + X_{th}^0))]} = \frac{1 < 0}{j[0.147 + (0.147 \parallel (3 \times 0.02 + 0.122))]} = -j4.38$$

$$I^- = -\frac{(3Z_f + X_{th}^0)}{j[X_{th}^- + (3Z_f + X_{th}^0)]} I^+ = -\frac{j(3 \times 0.02 + 0.122)}{j[0.147 + (3 \times 0.02 + 0.122)]} (-j4.38) = j2.423$$

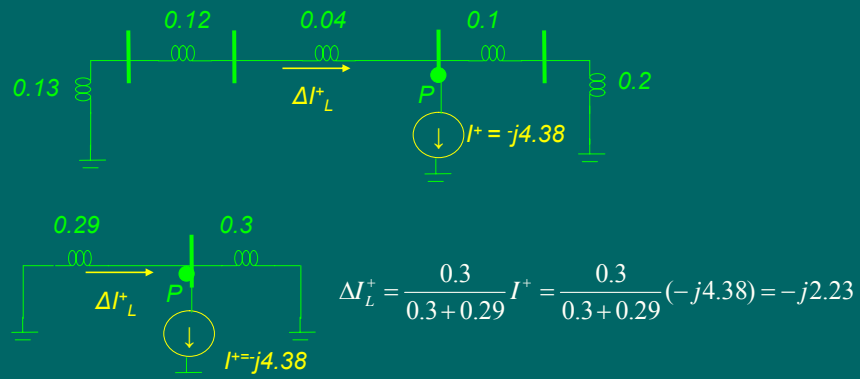
$$I^0 = -(I^+ + I^-) = -(-j4.38 + j2.423) = j1.957$$

$$I_f = 3I^0 = 3 \times j1.957 = j5.871$$

158

### ادامه حل مثال 8-4

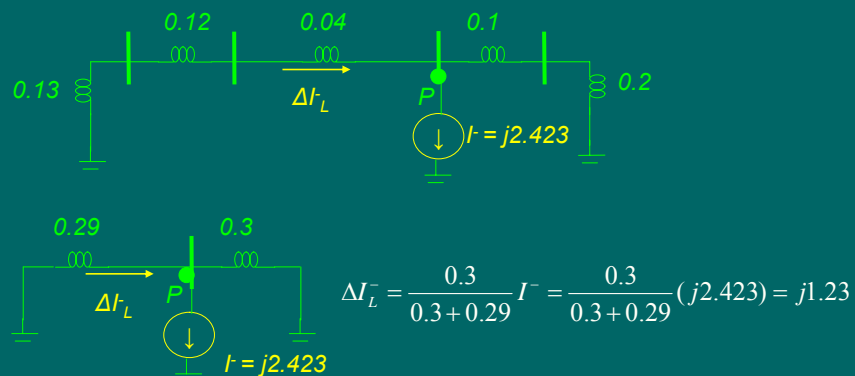
محاسبه مولفه مثبت جریان خط :



159

### ادامه حل مثال 8-4

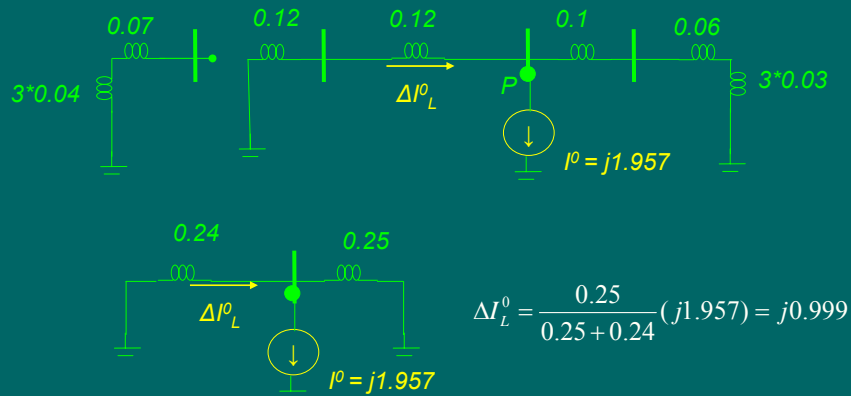
محاسبه مولفه منفی جریان خط :



160



ادامه حل مثال 8-4 : محاسبه مولفه **صفر** جریان خط



161

ادامه حل مثال 8-4 : محاسبه جریان فازی خط

**تغییرات** جریان فازهای خط ناشی از اتصال کوتاه:

$$\begin{bmatrix} \Delta I_{La} \\ \Delta I_{Lb} \\ \Delta I_{Lc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \\ \alpha & \alpha^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta I_L^0 = -j2.23 \\ \Delta I_L^1 = j1.23 \\ \Delta I_L^2 = j0.999 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j0.001 \\ -2.996 + j1.499 \\ 2.996 + j1.499 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.001 < -90 \\ 3.35 < 153.4 \\ 3.35 < 26.58^\circ \end{bmatrix}$$

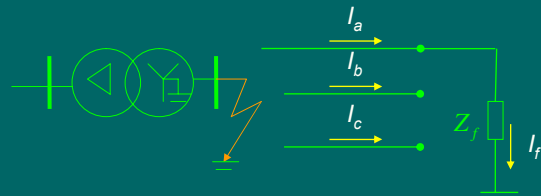
جریان فازهای خط در **بعد** از اتصال کوتاه:

$$\begin{bmatrix} I_a^f \\ I_b^f \\ I_c^f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_a^0 \\ I_b^0 \\ I_c^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta I_a \\ \Delta I_b \\ \Delta I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.001 < -90 \\ 3.35 < 153.4 \\ 3.35 < 26.58^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.001 < -90 \\ 3.35 < 153.4 \\ 3.35 < 26.58^\circ \end{bmatrix}$$

162

### مثال 9-4

در ثانویه یک ترانسفورماتور مثلث-ستاره زمین شده یک اتصال کوتاه تکفاز به زمین رخ داده است و جریان اتصال کوتاه  $-j0.9PU$  برقرار است. جریانهای خط در هر فاز اولیه ترانسفورماتور را حساب کنید؟



حل:

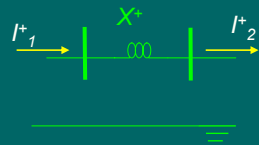
محاسبه مولفه های جریان اتصال کوتاه در ثانویه:

$$I_s = T^{-1} I_p \Rightarrow \begin{bmatrix} I_2^+ \\ I_2^- \\ I_2^0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a2} = I_f = -j0.9 \\ I_{b2} = 0 \\ I_{c2} = 0 \end{bmatrix}$$

$$I_2^+ = I_2^- = I_2^0 = \frac{1}{3}(-j0.9) = -j0.3$$

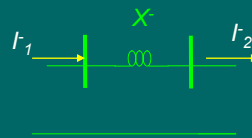
163

مدل مثبت ترانس:



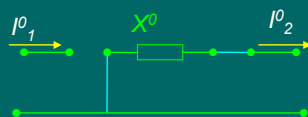
$$I_1^+ = I_2^+ = -j0.3$$

مدل منفی ترانس:



$$I_1^- = I_2^- = -j0.3$$

ادامه حل:

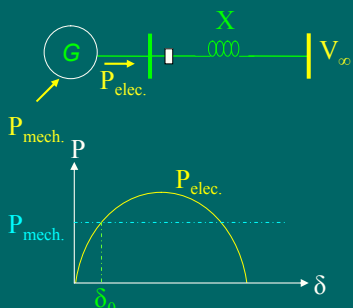


مدل صفر ترانس:  $I_1^0 = 0$

$$\begin{bmatrix} I_{a1} \\ I_{b1} \\ I_{c1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \\ \alpha & \alpha^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1^+ = -j0.3 \\ I_1^- = -j0.3 \\ I_1^0 = 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} I_{a1} = -j0.6 \\ I_{b1} = 0.3 \angle (-120-90) + 0.3 \angle (120-90) = j0.3 \\ I_{c1} = 0.3 \angle (120-90) + 0.3 \angle (-120-90) = j0.3 \end{cases}$$

164

## فصل پنجم : پایداری گذرای سیستم قدرت



- اتصال یک ژنراتور به یک باس بی نهایت از طریق یک خط به راکتانس  $X$  (سیستم دومنطقه ای):

- در حالت **عادی**: توان الکتریکی و توان مکانیکی در یک زاویه قدرت مشخص  $\delta_0$  برابرند:

- چون اکثر خطا (اتصال کوتاه)ها **گذرا** هستند و خود به خود از بین می روند اگر خطائی در خط رخ دهد، **ریکلوزر** (رله های) خط، خطا را تشخیص داده و فرمان به قطع خط می دهند و مجددا پس از چند سیکل فرمان به وصل خط می دهند.
- درحین خطا چون توان الکتریکی خروجی کمتر از توان مکانیکی ورودی است، ژنراتور سرعت می گیرد.

165

## سنکرونیزم

- اگر فرمان وصل مجدد ریکلوزرها خیلی **زود** باشد ممکن است اتصال کوتاه از بین نرفته باشد (زیرا مثلا عایق هوای بین خطوط که یونیزه شده، هنوز ترمیم نیافته باشد).
- اگر فرمان وصل مجدد **دیر** باشد، ژنراتور آنقدر سرعت گرفته که دیگر حتی با وصل به شبکه و قرار گرفتن بار بر روی آن، سرعت آن کم نشده و اصطلاحا نمی تواند **سنکرونیزم** خود را با شبکه حفظ کند و **ناپایدار** می شود.
- مدت زمان قطع خط چقدر باشد تا ژنراتور پس از وصل پایدار بماند؟

166

## تعریف زاویه قدرت

- اگر  $\omega$  سرعت زاویه ای ژنراتور
- $\theta$  موقعیت زاویه ای رتور
- $\omega_0$  سرعت زاویه ای سنکرون ژنراتور و
- $\Delta\omega$  اختلاف سرعت رتور نسبت به سرعت سنکرون باشد.

$$\omega = \omega_0 + \Delta\omega$$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow d\theta = \omega dt \Rightarrow \int_{\theta_0}^{\theta} d\theta = \int_0^t \omega dt$$

$$\theta = \int_0^t \omega dt + \theta_0 = \int_0^t (\omega_0 + \Delta\omega) dt + \theta_0 = \omega_0 t + \underbrace{\int_0^t \Delta\omega dt}_{\delta} + \theta_0 = \omega_0 t + \delta$$

$$\delta = \theta - \omega_0 t = \int_0^t \Delta\omega dt + \theta_0$$

- بنابراین  $\delta$  انتگرال سرعت نسبی رتور نسبت به سرعت سنکرون است.

167

## مشتق اول زاویه قدرت

$$\delta = \theta - \omega_0 t = \int_0^t \Delta\omega dt + \theta_0$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \dot{\delta} = \Delta\omega$$

168

## بحث در مورد زاویه قدرت

- در حالت کار عادی ژنراتور:

$$P_{elec} = P_{mech} \Rightarrow \omega = \omega_0 \Rightarrow \Delta\omega = 0 \Rightarrow \delta = \int_0^t \Delta\omega dt + \theta_0 = \theta_0 = constant$$

- اگر سرعت ژنراتور **بیشتر** از سرعت سنکرون باشد:

$$\omega > \omega_0 \Rightarrow \Delta\omega > 0 \Rightarrow \delta \uparrow = \int_0^t \Delta\omega dt + \theta_0$$

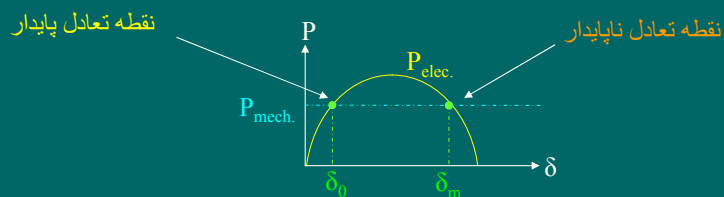
- اگر سرعت ژنراتور **کمتر** از سرعت سنکرون باشد:

$$\omega < \omega_0 \Rightarrow \Delta\omega < 0 \Rightarrow \delta \downarrow = \int_0^t \Delta\omega dt + \theta_0$$

169

## نقاط تعادل پایدار و ناپایدار

- در حالت کار عادی ژنراتور:



- اگر  $\delta > \delta_m$  شود، توان مکانیکی از توان الکتریکی بیشتر شده و ژنراتور ناپایدار می شود.

- اگر  $\delta < \delta_m$  شود، توان مکانیکی از توان الکتریکی کمتر شده و ژنراتور به نقطه تعادل پایدارش برمی گردد.

170

## تعریف ثابت اینرسی

ثابت اینرسی به صورت نسبت انرژی جنبشی در فرکانس سنکرون به توان ظاهری ژنراتور تعریف می شود. بنابراین:

$$H = \frac{W_{Kin}^0}{S} \Rightarrow W_{Kin}^0 = H \cdot S$$

دیمانسیون ثابت اینرسی **ثانیه** است.

171

## انرژی جنبشی در یک ژنراتور :

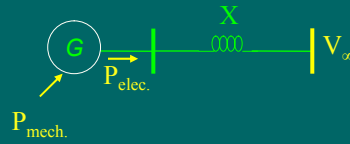
$$\frac{W_{kin}}{W_{Kin}^0} = \frac{\frac{1}{2} I \omega^2}{\frac{1}{2} I \omega_0^2} = \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 = \left( \frac{\omega_0 + \Delta\omega}{\omega_0} \right)^2 = \left( 1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right)^2 = 1 + 2 \left( \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right) + \left( \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right)^2 \approx 1 + 2 \left( \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right)$$

$$W_{kin} = W_{Kin}^0 \left( 1 + 2 \frac{\overset{\delta}{\Delta\omega}}{\omega_0} \right) = W_{Kin}^0 \left( 1 + 2 \frac{\dot{\delta}}{\omega_0} \right)$$

$$\frac{dW_{kin}}{dt} = \frac{d \left[ W_{Kin}^0 \left( 1 + 2 \frac{\dot{\delta}}{\omega_0} \right) \right]}{dt} = \frac{\frac{H \cdot S}{\omega_0} d\dot{\delta}}{\frac{2\omega_0}{2\omega_0}} = \frac{W_{Kin}^0}{\omega_0} \frac{d\dot{\delta}}{dt} = \frac{H \cdot S}{\omega_0} \ddot{\delta}$$

172

## معادله نوسان :



$$P_m - P_e = \frac{dW_{kin}}{dt} = \frac{H.S}{\pi f_0} \ddot{\delta}$$

معادله نوسان را پریونیت می کنیم:

$$P_m - P_e = \frac{H}{\pi f_0} \ddot{\delta}$$

$$\ddot{\delta} = \frac{\pi f_0}{H} (P_m - P_e)$$

173

## شرط پایدار شدن ژنراتور

- اگر بر اثر یک خطا، با گذشت چندین ثانیه زمان  $\delta$  همواره افزایش یابد، ژنراتور **ناپایدار** خواهد شد ولی اگر  $\delta$  پس از یک دوره افزایش، شروع به کاهش نماید، ژنراتور **پایدار** خواهد شد.  
- تغییرات  $\delta$  نسبت به زمان را می توان با حل معادله نوسان مشاهده نمود.  
- اگر ژنراتور پایدار شود در یک نقطه **مشتق  $\delta$  صفر** خواهد بود.

174

## معیار سطوح مساوی

$$\ddot{\delta} = \frac{\pi f_0}{H} (P_m - P_e)$$

$$\ddot{\delta} = \frac{d \dot{\delta}}{dt} = \frac{d \dot{\delta}}{d \delta} \frac{d \delta}{dt} = \dot{\delta} \frac{d \dot{\delta}}{d \delta} = \frac{\pi f_0}{H} (P_m - P_e)$$

$$\dot{\delta} d \dot{\delta} = \frac{\pi f_0}{H} (P_m - P_e) d \delta$$

$$\int_{\dot{\delta}(0)=0}^{\dot{\delta}(t)} \dot{\delta} d \dot{\delta} = \int_{\delta_0}^{\delta(t)} \frac{\pi f_0}{H} (P_m - P_e) d \delta$$

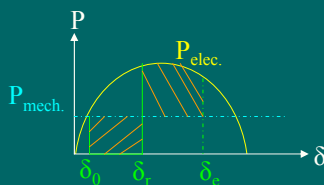
$$\frac{1}{2} \dot{\delta}^2 = \int_{\delta_0}^{\delta(t)} \frac{\pi f_0}{H} (P_m - P_e) d \delta$$

$$\dot{\delta} = \sqrt{2 \frac{\pi f_0}{H} \int_{\delta_0}^{\delta(t)} (P_m - P_e) d \delta}$$

$$\text{if } \dot{\delta} = 0 \Rightarrow \int_{\delta_0}^{\delta(t)} (P_m - P_e) d \delta = 0$$

175

## ادامه معیار سطوح مساوی



$$\int_{\delta_0}^{\delta_e} (P_m - P_e) d \delta = 0$$

$$\int_{\delta_0}^{\delta_r} (P_m - P_e) d \delta + \int_{\delta_r}^{\delta_e} (P_m - P_e) d \delta = 0$$

$$\underbrace{\int_{\delta_0}^{\delta_r} (P_m - P_e) d \delta}_{A_{acc}} = \underbrace{\int_{\delta_r}^{\delta_e} (P_e - P_m) d \delta}_{A_{dec}}$$

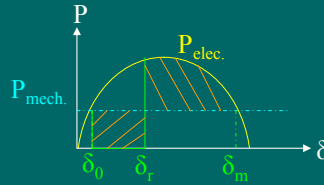
$$A_{acc} = A_{dec}$$

نتیجه: اگر سطح شتاب دهنده مساوی سطح شتاب گیرنده باشد، ژنراتور پایدار می ماند.

176



## بررسی پایداری بوسیله معیار سطوح مساوی



$\delta_r$  زاویه وصل است.

$$A_{acc} = \int_{\delta_0}^{\delta_r} (P_m - P_e) d\delta \quad A_{dec}^{max} = \int_{\delta_r}^{\delta_m} (P_e - P_m) d\delta$$

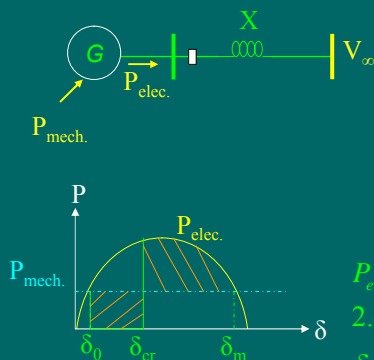
$$\text{if } A_{acc} < A_{dec}^{max} \Rightarrow \text{Stable}$$

$$\text{if } A_{acc} > A_{dec}^{max} \Rightarrow \text{Unstable}$$

$$\text{if } A_{acc} = A_{dec}^{max} \Rightarrow \text{Critical}$$

177

## مثال 1-5



یک ژنراتور با  $P_{max}=2.4$  از طریق یک خط انتقال توان 0.67 پریونیت را به یک باس بی نهایت تحویل می دهد. اگر در خط انتقال یک اتصال کوتاه سه فاز رخ دهد و ریکلوزر خط را برای لحظاتی قطع کند. زاویه بحرانی رفع اتصال کوتاه را بیابید.

$$P_e(\delta_0) = P_{max} \sin \delta_0 = P_m$$

$$2.4 \sin \delta_0 = 0.67$$

$$\delta_0 = 16.21^\circ = 0.283^{rad}$$

$$\delta_m = \pi - \delta_0 = \pi - 0.283^{rad} = 2.859^{rad} = 163.79^\circ$$

$$A_{acc} = \int_{\delta_0}^{\delta_{cr}} (P_m - P_e) d\delta$$

$$= \int_{0.283^{rad}}^{\delta_{cr}} (0.67 - 0) d\delta = 0.67(\delta_{cr} - 0.283^{rad})$$

$$A_{acc} = 0.67\delta_{cr} - 0.19$$

178

## ادامه حل مثال 1-6

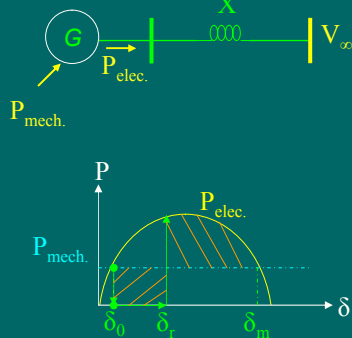
$$\begin{aligned}
 A_{dec}^{\max} &= \int_{\delta_{cr}}^{\delta_m} (P_e - P_m) d\delta \\
 &= \int_{\delta_{cr}}^{2.859^{rad}} (2.4 \sin \delta - 0.67) d\delta = \\
 &= -2.4 \cos(2.859^{rad}) + 2.4 \cos \delta_{cr} - 0.67(2.859^{rad} - \delta_{cr}) \\
 A_{dec}^{\max} &= 0.389 + 2.4 \cos \delta_{cr} + 0.67 \delta_{cr} \\
 A_{acc} &= A_{dec}^{\max} \\
 0.67 \delta_{cr} - 0.19 &= 0.389 + 2.4 \cos \delta_{cr} + 0.67 \delta_{cr} \\
 2.4 \cos \delta_{cr} &= -0.19 - 0.389 \\
 \delta_{cr} &= 1.814^{rad} = 104^\circ
 \end{aligned}$$

179

## مثال 2-5

یک ژنراتور با حداکثر قدرت 2 و ثابت اینرسی 5 ثانیه و فرکانس 50 هرتز توسط یک خط انتقال به یک باس بی نهایت متصل است و توان یک پریونیت را به آن تحویل می دهد. اگر خط انتقال به مدت 0.2 ثانیه قطع شده و دوباره وصل شود. آیا ژنراتور پایدار خواهد ماند یا خیر؟

حل: ابتدا شکل را رسم می کنیم:



180

### ادامه حل مثال 2-5

for  $0 \leq t \leq 0.2 \text{ sec}$  :

$$\ddot{\delta} = \frac{\pi f_0}{H} (P_m - P_e) = \frac{50 \pi}{5} (1 - 0) = 10 \pi$$

$$\ddot{\delta} = \frac{d \dot{\delta}}{dt} = 10 \pi \Rightarrow d \dot{\delta} = 10 \pi dt$$

$$\int_{\dot{\delta}(0)=0}^{\dot{\delta}(t)} d \dot{\delta} = \int_{t=0}^t 10 \pi dt$$

$$\dot{\delta} - 0 = 10 \pi (t - 0)$$

$$\frac{d \delta}{dt} = 10 \pi t \Rightarrow d \delta = 10 \pi t dt$$

$$\int_{\delta_0}^{\delta(t)} d \delta = \int_{t=0}^t 10 \pi t dt$$

$$\delta(t) - \delta_0 = \frac{10 \pi}{2} (t^2 - 0^2)$$

$$\delta(t) = \frac{10 \pi}{2} t^2 + \delta_0$$

181

زاویه معادل 0.2 ثانیه را  
محاسبه می کنیم

### ادامه حل مثال 2-5

$$P_e(\delta_0) = P_{\max} \sin \delta_0 = P_m$$

$$2 \sin \delta_0 = 1$$

$$\delta_0 = 30^\circ = 0.524 \text{ rad}$$

$$\delta_m = \pi - \delta_0 = \pi - 0.524 \text{ rad} = 2.618 \text{ rad} = 150^\circ$$

محاسبه  $\delta_0$ :

محاسبه  $\delta_r$ :

$$\delta(t) = \frac{10 \pi}{2} t^2 + \delta_0$$

$$\delta_r = \delta(0.2) = \frac{10 \pi}{2} 0.2^2 + 0.524 = 1.152 \text{ rad} = 66.0^\circ$$

182

### ادامه حل مثال 2-5

محاسبه سطح شتاب دهنده:

$$A_{acc} = \int_{\delta_0}^{\delta_c} (P_m - P_e) d\delta$$

$$= \int_{0.524^{rad}}^{1.152} (1 - 0) d\delta = (1.152 - 0.524) = 0.628$$

محاسبه حداکثر سطح شتاب گیرنده:

$$A_{dec}^{max} = \int_{\delta_c}^{\delta_m} (P_e - P_m) d\delta$$

$$= \int_{1.152}^{2.618^{rad}} (2 \sin \delta - 1) d\delta =$$

$$= -2(\cos(2.618^{rad}) - \cos(1.152^{rad})) - (2.618^{rad} - 1.152^{rad})$$

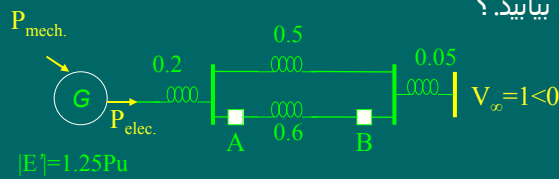
$$A_{dec}^{max} = 1.08$$

$$A_{acc} = 0.628 < A_{dec}^{max} = 1.08 \Rightarrow \text{Stable}$$

183

### مثال 3-5

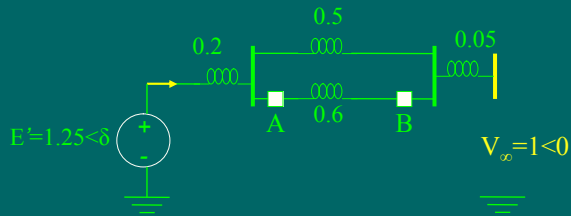
در سیستم قدرت شکل زیر هنگامیکه ژنراتور توان یک پریونیت را به سیستم تحویل می دهد، یک اتصال کوتاه سه فاز متقارن دقیقاً در وسط خط  $AB$  رخ می دهد. سپس کلیدهای  $A$  و  $B$  بطور همزمان عمل نموده و اتصال کوتاه را برطرف می کنند. زاویه بحرانی رفع اتصال کوتاه را بیابید؟



حل: ابتدا شکل را رسم می کنیم:

184

حل: شکل در حالت قبل از اتصال کوتاه:



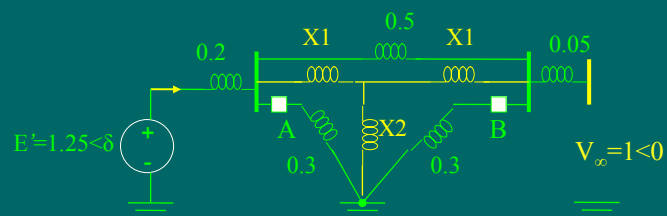
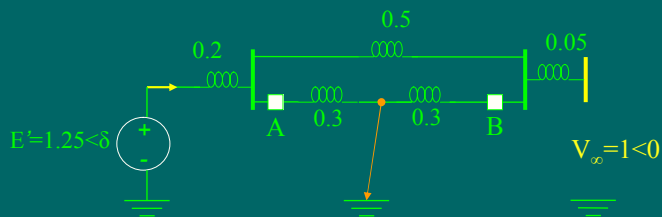
$$X_{e1} = 0.2 + (0.5 \parallel 0.6) + 0.05 = 0.523$$

$$P_{e1} = \frac{1.25 \times 1}{0.523} \sin(\delta - 0) = 2.39 \sin \delta$$

$$P_{e1} = P_m \Rightarrow 2.39 \sin \delta_0 = 1 \Rightarrow \delta_0 = 24.72^\circ = 0.431 \text{ rad}$$

185

حل: شکل در حالت حین اتصال کوتاه:

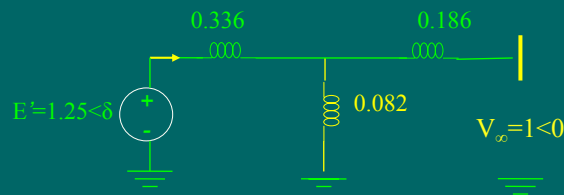
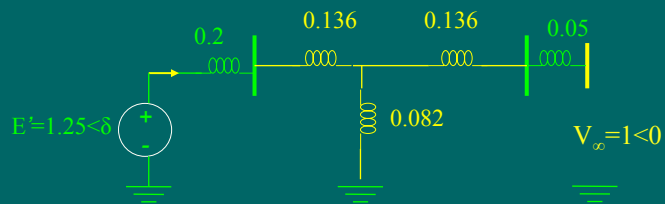


$$X_1 = \frac{0.5 \times 0.3}{0.5 + 0.3 + 0.3} = 0.136$$

$$X_2 = \frac{0.3 \times 0.3}{0.5 + 0.3 + 0.3} = 0.082$$

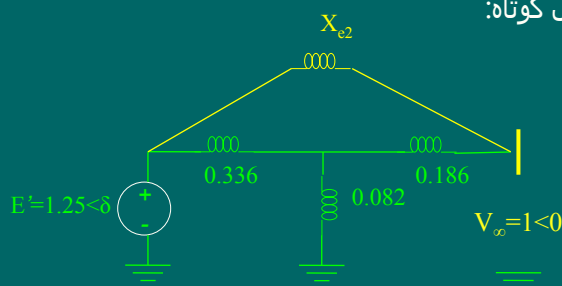
186

حل: ادامه حالت حین اتصال کوتاه:



187

حل: ادامه حالت حین اتصال کوتاه:

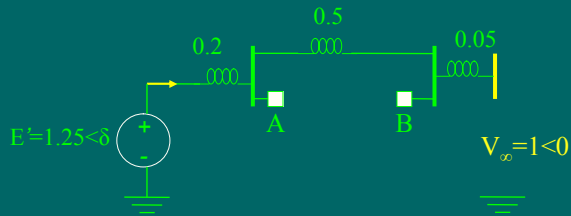


$$X_{e2} = \frac{0.336 \times 0.186 + 0.336 \times 0.082 + 0.186 \times 0.082}{0.082} = 1.284$$

$$P_{e2} = \frac{1.25 \times 1}{1.284} \sin(\delta - 0) = 0.97 \sin \delta$$

188

حل: شکل در حالت بعد از رفع اتصال کوتاه (قطع خط AB):

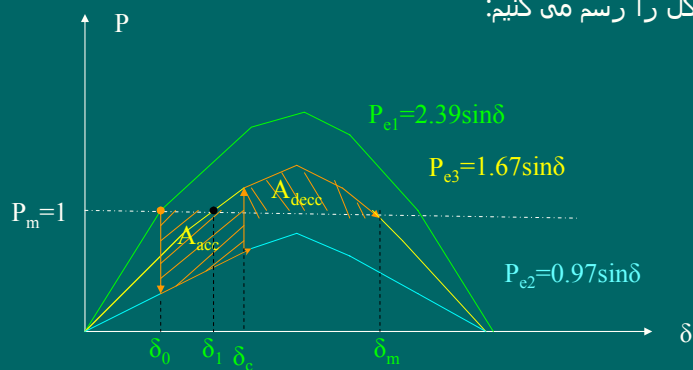


$$X_{e3} = 0.2 + 0.5 + 0.05 = 0.75$$

$$P_{e3} = \frac{1.25 \times 1}{0.75} \sin(\delta - 0) = 1.67 \sin \delta$$

189

ادامه حل: شکل را رسم می کنیم:



$$P_{e3} = P_m \Rightarrow 1.67 \sin \delta_1 = 1 \Rightarrow \delta_1 = 36.78^\circ = 0.64^{\text{rad}}$$

$$\delta_m = \pi - \delta_1 = \pi - 0.64^{\text{rad}} = 2.45^{\text{rad}} = 57.30^\circ$$

190

### ادامه حل مثال 3-5

محاسبه سطح شتاب دهنده:

$$\begin{aligned} A_{acc} &= \int_{\delta_0}^{\delta_c} (P_m - P_e) d\delta = \int_{0.431^{rad}}^{\delta_c} (1 - 0.97 \sin \delta) d\delta \\ &= (\delta_c - 0.431) + 0.97(\cos \delta_c - \cos 0.431^{rad}) = \\ &= \delta_c + 0.97 \cos \delta_c - 1.312 \end{aligned}$$

محاسبه سطح شتاب گیرنده:

$$\begin{aligned} A_{dec}^{max} &= \int_{\delta_c}^{\delta_m} (P_e - P_m) d\delta = \int_{\delta_c}^{2.45^{rad}} (1.67 \sin \delta - 1) d\delta = \\ &= -1.67(\cos 2.45^{rad} - \cos \delta_c) - (2.45^{rad} - \delta_c) \\ A_{dec}^{max} &= \delta_c + 1.67 \cos \delta_c - 1.164 \end{aligned}$$

$$A_{acc} = A_{dec}^{max}$$

$$\delta_c + 0.97 \cos \delta_c - 1.312 = \delta_c + 1.67 \cos \delta_c - 1.164$$

$$0.7 \cos \delta_c = -0.148$$

$$\delta_c = 102.2^\circ$$

191

### مثال 3-6

در سیستم قدرت شکل زیر هنگامیکه ژنراتور توان یک پریونیت را به سیستم تحویل می دهد، یک اتصال کوتاه سه فاز متقارن در نقطه  $P$  رخ می دهد. سپس کلیدهای  $A$  و  $B$  بطور همزمان عمل نموده و اتصال کوتاه را برطرف می کنند. زاویه بحرانی برطرف نمودن اتصال کوتاه را محاسبه کنید.

*solu*

192



## فصل ششم : کنترل دینامیکی سیستم قدرت

- هدف این فصل : چگونگی نگهداشتن سیستم قدرت در حالت کار نرمال در هنگام تغییرات کم بار
- این کار توسط **کنترل پیوسته و خودکار** سیستم قدرت انجام می گیرد.
- در ژنراتورهای بزرگ **دو حلقه کنترل** اصلی داریم:
  - 1- حلقه کنترل خودکار ولتاژ (AVR) برای تنظیم ولتاژ
  - 2- حلقه کنترل خودکار بار-فرکانس (ALFC) برای تنظیم توان
- حقیقی خروجی و فرکانس که خود از دو حلقه تشکیل شده است:
  - حلقه **ALFC اولیه** که **سریع** به تغییر فرکانس پاسخ می دهد ولی فرکانس را بطور **غیردقیق** کنترل می کند.
  - حلقه **ALFC ثانویه** که **کندتر** به تغییر فرکانس پاسخ می دهد ولی فرکانس را بطور **دقیق** تنظیم می کند.

193

## تابع انتقال یک سیستم خطی

- تابع انتقال نسبت خروجی به ورودی است.

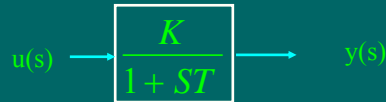
- سیستم بدون تاخیر

$$u(s) \rightarrow \boxed{K} \rightarrow y(s) = k \cdot u(s)$$

$$\text{تابع انتقال : } G(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = k$$

194

## تابع انتقال یک سیستم خطی با تاخیر



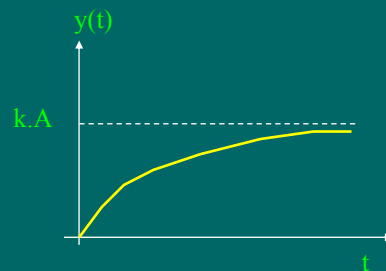
تابع انتقال :  $G(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{K}{1+ST}$

K: گین (بهره)  
T: ثابت زمانی تاخیر

if  $u(s) = \frac{A}{s}$

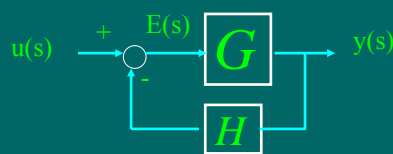
$$y(s) = G(s)u(s) = \frac{K}{1+sT} \cdot \frac{A}{s} = KA \left( \frac{1}{s} - \frac{1}{s+\frac{1}{T}} \right)$$

$$y(t) = KA \left( 1 - e^{-\frac{t}{T}} \right) \text{ for } t \geq 0$$



195

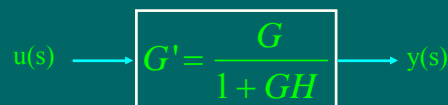
## تابع انتقال یک سیستم مدار بسته



$$y = G.E = G(u - Hy) = Gu - GHy$$

$$y = \frac{G.u}{1+G.H}$$

تابع انتقال :  $G'(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{G}{1+GH}$



196

## ادامه تابع انتقال یک سیستم مدار بسته

$$\text{if } \begin{cases} u(s) = \frac{A}{s} \\ G = \frac{K}{1+sT} \\ H = 1 \end{cases}$$

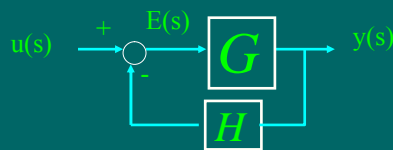
$$G' = \frac{G}{1+GH} = \frac{\frac{K}{1+sT}}{1 + \left(\frac{K}{1+sT}\right) \times 1} = \frac{\left(\frac{K}{K+1}\right)}{1+s\left(\frac{T}{K+1}\right)} = \frac{K'}{1+sT'}$$

$$K' = \frac{K}{K+1} \quad T' = \frac{T}{K+1}$$

$$y(t) = K'A \left(1 - e^{-\frac{t}{T'}}\right) = \left(\frac{K}{K+1}\right) A \left(1 - e^{-\frac{t}{\left(\frac{T}{K+1}\right)}}\right) \quad \text{for } t \geq 0$$

197

## خطا در یک سیستم مدار بسته



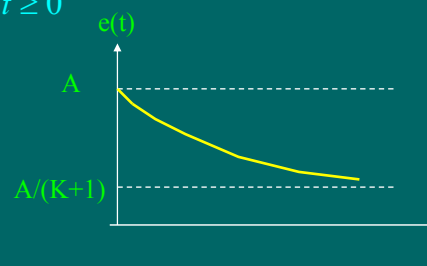
$$\text{خطا: } E = u - Hy = u - H \left( \frac{G \cdot u}{1+G \cdot H} \right) = \frac{u}{1+G \cdot H}$$

198

## رسم تابع زمانی خطا در سیستم مدار بسته

$$\text{if } \begin{cases} u(s) = \frac{A}{s} \\ G = \frac{K}{1+sT} \\ H = 1 \end{cases} \quad E = \frac{u}{1+GH} = \frac{\left(\frac{A}{s}\right)}{1 + \left(\frac{K}{1+sT}\right) \times 1} = \frac{A(1+sT)}{s(ST+1+K)} = \frac{A}{K+1} \left( \frac{1}{s} - \frac{k}{s + \frac{K+1}{T}} \right)$$

$$e(t) = \left( \frac{A}{K+1} \right) \left( 1 + ke^{\frac{-kt}{k+1}} \right) \quad \text{for } t \geq 0$$



199

## تابع انتقال برای یک سیستم پیچیده

- تابع انتقال سیستمهای پیچیده را از قاعده میسون بدست می آوریم:
- قاعده میسون برای یک سیستم تک حلقه ای با یک ورودی:

$$Y = \frac{PU}{1-L}$$

Y: خروجی

U: ورودی

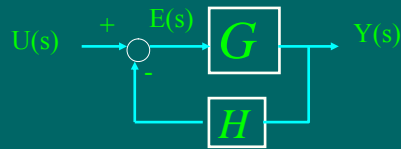
L: حلقه

P: مسیر ورودی U تا خروجی

200

## مثال 1-6

- بدست آوردن **خروجی** و **خطا** برای یک سیستم مدار بسته با استفاده از قاعده میسون:



- بدست آوردن **خروجی** :

$$P = G \quad L = -GH$$

تابع انتقال خروجی :

$$Y = \frac{P.U}{1-L} = \frac{G.U}{1-(-GH)} = \frac{G.U}{1+GH}$$

- بدست آوردن **خطا** :

$$P = 1 \quad L = -GH$$

تابع انتقال خطا :

$$E = \frac{P.U}{1-L} = \frac{1.U}{1-(-GH)} = \frac{U}{1+GH}$$

201

## قاعده میسون برای یک سیستم دو حلقه ای

- قاعده میسون برای یک سیستم دو حلقه ای با دو ورودی:

$$Y = \frac{P_1 U_1 + P_2 U_2}{1 - (L_1 + L_2) + L_1 L_2}$$

Y: خروجی

$U_1$  و  $U_2$ : ورودیها

$L_1$  و  $L_2$ : حلقه ها

$L_1.L_2$  موقعی است که اشتراک نداشته باشند.

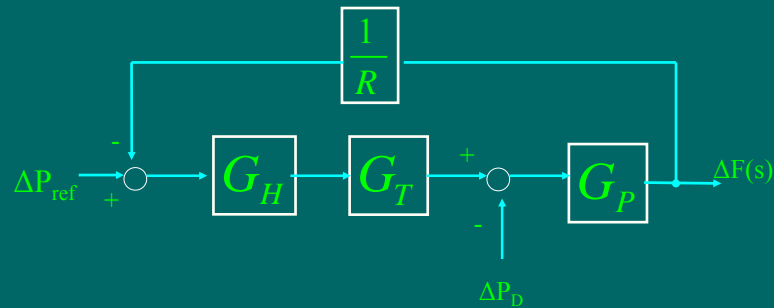
$P_1$ : مسیر ورودی  $U_1$  تا خروجی

$P_2$ : مسیر ورودی  $U_2$  تا خروجی

202

## مثال 2-6

- قاعده میسون برای یک سیستم تک حلقه ای با دو ورودی:



203

## حل مثال 2-6

- خروجی  $\Delta F$ :

$$L_1 = -G_H G_T G_P \left( \frac{1}{R} \right) \quad L_2 = 0$$

$$U_1 = \Delta P_{ref} \quad U_2 = \Delta P_D$$

$$P_1 = G_H G_T G_P \quad P_2 = -G_P$$

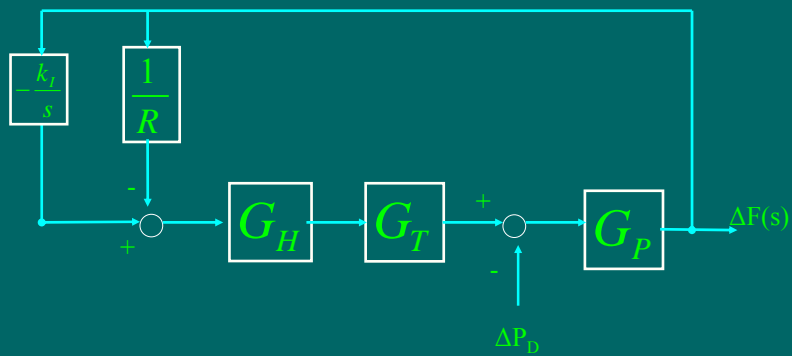
$$\Delta F = \frac{P_1 U_1 + P_2 U_2}{1 - (L_1 + L_2) + L_1 L_2} = \frac{(G_H G_T G_P) \Delta P_{ref} + (-G_P) \Delta P_D}{1 - \left( -G_H G_T G_P \left( \frac{1}{R} \right) + 0 \right) + 0}$$

$$\Delta F = \frac{(G_H G_T G_P) \Delta P_{ref} + (-G_P) \Delta P_D}{1 + G_H G_T G_P \left( \frac{1}{R} \right)}$$

204

### مثال 3-6

- قاعده میسون برای یک سیستم دو حلقه ای با یک ورودی:



205

### حل مثال 3-6

- خروجی  $\Delta F$ :

$$L_1 = -G_H G_T G_P \left( \frac{1}{R} \right) \quad L_2 = G_H G_T G_P \left( \frac{-K_f}{s} \right)$$

$$U = \Delta P_D \quad P = -G_P$$

$$\Delta F = \frac{PU}{1 - (L_1 + L_2) + L_1 L_2} = \frac{(-G_P) \Delta P_D}{1 - \left( -G_H G_T G_P \left( \frac{1}{R} \right) + G_H G_T G_P \left( \frac{-K_f}{s} \right) \right) + 0}$$

$$\Delta F = \frac{(-G_P) \Delta P_D}{1 + G_H G_T G_P \left( \frac{1}{R} + \frac{K_f}{s} \right)}$$

206

محاسبه مقدار نهائی (steady state)

$$y_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sY(s)$$

207

مثال 4-6: محاسبه مقدار نهائی سیستم با تاخیر

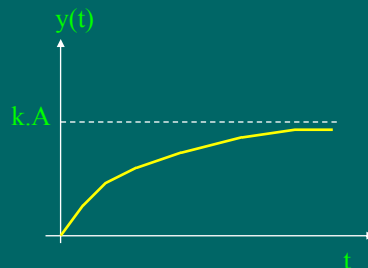
$$U(s) \rightarrow \boxed{\frac{K}{1+ST}} \rightarrow Y(s)$$

$$Y(s) = \frac{K}{1+ST} U(s)$$

if  $U(s) = \frac{A}{s}$

$$Y(s) = G(s)u(s) = \frac{K}{1+sT} \cdot \frac{A}{s} = KA \left( \frac{1}{s} - \frac{1}{s + \frac{1}{T}} \right)$$

$$y(t) = KA \left( 1 - e^{-\frac{t}{T}} \right) \quad \text{for } t \geq 0$$



208



## حل مثال با استفاده از قضیه مقدار نهائی

$$y_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} KA \left( 1 - e^{-\frac{t}{T}} \right) = KA$$

$$y_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sY(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \left( \frac{K}{1+sT} \cdot \frac{A}{s} \right) = \lim_{s \rightarrow 0} \left( \frac{K.A}{1+sT} \right) = KA$$

209

## پایداری

$$\text{if } \lim_{t \rightarrow \infty} |y(t)| < \infty \Rightarrow y \text{ is stable}$$

$$Y(S) = K \frac{s^m + \alpha_{m-1}s^{m-1} + \dots + \alpha_1s + \alpha_0}{s^n + \beta_{n-1}s^{n-1} + \dots + \beta_1s + \beta_0} U(s)$$

$$Y(S) = K \frac{(s - z_1)(s - z_2) \dots (s - z_m)}{(s - p_1)(s - p_2) \dots (s - p_n)} U(s)$$

-  $z_m, \dots, z_2, z_1$  صفرهای سیستم اند.

-  $p_n, \dots, p_2, p_1$  قطبهای سیستم اند.

- شرط پایداری آن است که همه قطبهای سیستم سمت چپ محور  $j\omega$  باشند.

210

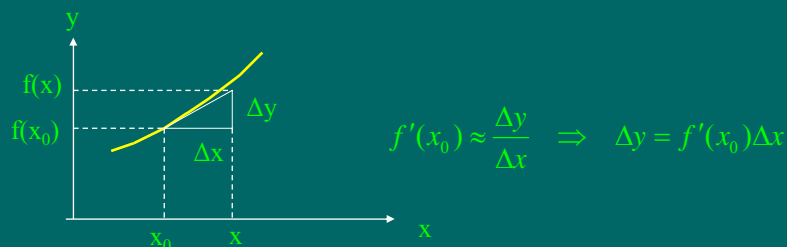
## تغییرات سیگنال کوچک

- در این فصل چون فقط کنترل **اغتشاشات کوچک** (مثلا تغییرات کوچک بار) مدنظر است، بنابراین همه متغیرها فقط تغییرات **کوچکی** حول **نقطه کار** خود دارند. لذا با وجود اینکه بیشتر عناصر سیستم **غیر خطی** هستند، ولی می توان آنها را در محدوده این تغییرات کوچک **خطی فرض کرد**. به همین دلیل:
- اولاً همه متغیرها را با گذاردن **علامت  $\Delta$**  در قبل از آن متغیر نمایش می دهیم، به معنی اینکه فقط تغییرات کوچک آنها مد نظر است.
- ثانياً همه عناصر حول نقطه کار خطی می شوند. یعنی معادلات **دیفرانسیل خطی** با ضرائب ثابت داریم که می توان با تبدیل **لاپلاس** حل نمود.

211

## تقریب خطی در سیگنال کوچک

- تابع غیرخطی  $y=f(x)$  را در نظر می گیریم. اگر  $x$  تغییرات کوچک حول  $x_0$  داشته باشد. با توجه به شکل می توان نوشت:

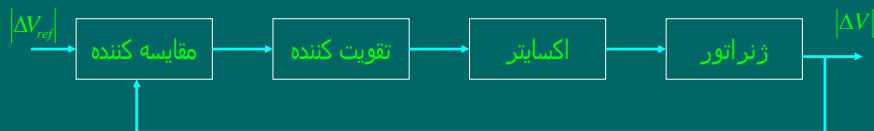


- بنابراین رابطه  $\Delta y$  با  $\Delta x$  تقریباً یک خط با شیب  $f'(x_0)$  است.
- رابطه  $y$  با  $x$  غیر خطی است ولی رابطه تغییرات آنها حول نقطه کار خطی است.

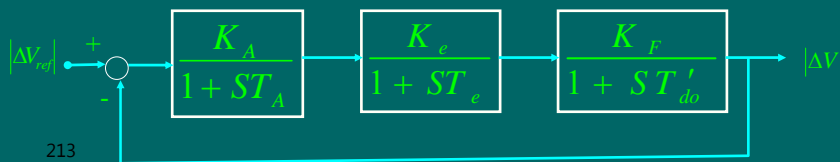
212

## حلقه کنترل اتوماتیک ولتاژ (AVR)

- ولتاژ ژنراتور سنکرون توسط حلقه AVR در یک مقدار مینا کنترل می شود.
- اجزای حلقه AVR :

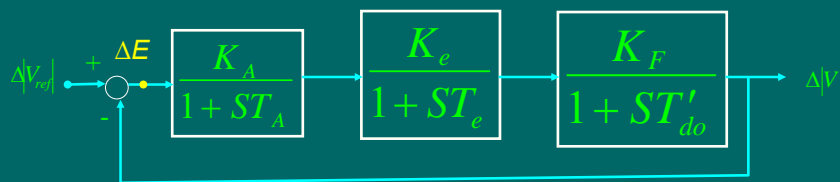


- مدل کنترلی حلقه AVR :



## بررسی استاتیکی حلقه کنترل AVR

- محاسبه خطای حالت ماندگار:



$$\Delta E = \frac{PU}{1-L} = \frac{1 \cdot \Delta |V_{ref}|}{1 - \left( \frac{K_A K_e K_F}{(1 + ST_A)(1 + ST_e)(1 + ST'_{do})} \right)} = \frac{\Delta |V_{ref}|}{1 + \frac{K_A K_e K_F}{(1 + ST_A)(1 + ST_e)(1 + ST'_{do})}}$$

214

## ادامه محاسبه خطای حالت ماندگار کنترل AVR

$$\text{if } \Delta|V_{ref}| = \frac{A}{s} :$$

$$\Delta E(s) = \frac{\frac{A}{s}}{1 + \frac{K_A K_e K_F}{(1+ST_A)(1+ST_e)(1+ST'_{do})}}$$

$$\Delta e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \Delta E(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \left( \frac{\frac{A}{s}}{1 + \frac{K_A K_e K_F}{(1+ST_A)(1+ST_e)(1+ST'_{do})}} \right) = \frac{A}{1 + \frac{K_A K_e K_F}{K}} = \frac{A}{1+K}$$

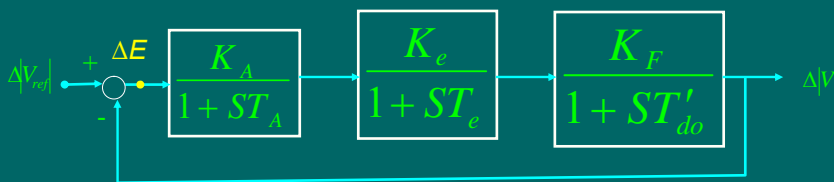
$$\Delta e_{ss} = \frac{A}{1+K} \leq 0.01A \Rightarrow K \geq 99$$

- ملاحظه می شود که خطای حالت ماندگار صفر نیست و اگر بخواهیم خطا کوچک (کمتر از یک درصد ورودی) باشد باید  $K$  یک عدد بزرگتر از 99 باشد.

215

## بررسی دینامیکی حلقه کنترل AVR

- بررسی پایداری حلقه کنترل AVR:



$$\Delta|V| = \frac{PU}{1-L} = \frac{K_A K_e K_F}{(1+ST_A)(1+ST_e)(1+ST'_{do})} \Delta|V_{ref}|$$

$$1 - \left( \frac{K_A K_e K_F}{(1+ST_A)(1+ST_e)(1+ST'_{do})} \right) = \frac{K_A K_e K_F \Delta|V_{ref}|}{(1+ST_A)(1+ST_e)(1+ST'_{do}) + K_A K_e K_F}$$

$$\Delta|V| = \frac{K \Delta|V_{ref}|}{(1+ST_A)(1+ST_e)(1+ST'_{do}) + K}$$

$$(1+ST_A)(1+ST_e)(1+ST'_{do}) + K = 0$$

216

## مکان هندسی ریشه های مخرج تابع انتقال

- بررسی پایداری حلقه کنترل AVR:

$$(1+ST_A)(1+ST_e)(1+ST'_{do})+K=0$$

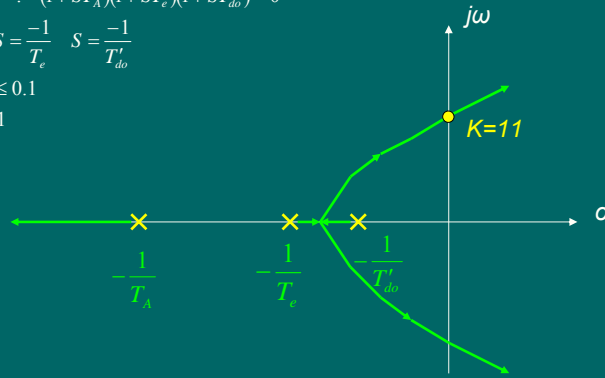
$$\text{if } K=0 : (1+ST_A)(1+ST_e)(1+ST'_{do})=0$$

$$S = \frac{-1}{T_A} \quad S = \frac{-1}{T_e} \quad S = \frac{-1}{T'_{do}}$$

$$0.02 \leq T_A \leq 0.1$$

$$0.5 \leq T_e \leq 1$$

$$T'_{do} \approx 10$$

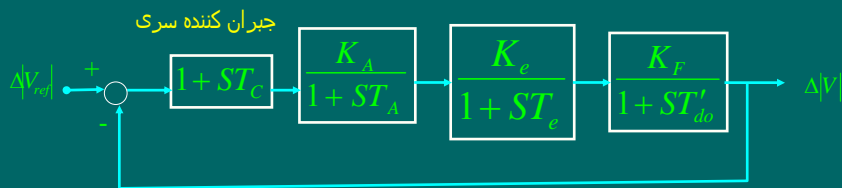


مکان هندسی ریشه ها نشان می دهد که تا حدود  $K=11$  حلقه کنترل فوق پایدار است اما در صورت داشتن  $K$  کوچک خطای حالت دائم بزرگ است بنابراین نیاز به کنترل کننده می باشد.

217

## جبران کننده سری برای حلقه AVR

- بررسی پایداری حلقه کنترل AVR با جبران کننده سری:



$$\Delta V = \frac{PU}{1-L} = \frac{K_A K_e K_F (1+ST_C)}{(1+ST_A)(1+ST_e)(1+ST'_{do})} \Delta V_{ref}$$

$$1 - \left( \frac{K_A K_e K_F (1+ST_C)}{(1+ST_A)(1+ST_e)(1+ST'_{do})} \right) = \frac{K_A K_e K_F (1+ST_C)}{(1+ST_A)(1+ST_e)(1+ST'_{do}) + K_A K_e K_F (1+ST_C)}$$

$$\frac{\Delta V}{\Delta V_{ref}} = \frac{K(1+ST_C)}{(1+ST_A)(1+ST_e)(1+ST'_{do}) + K(1+ST_C)}$$

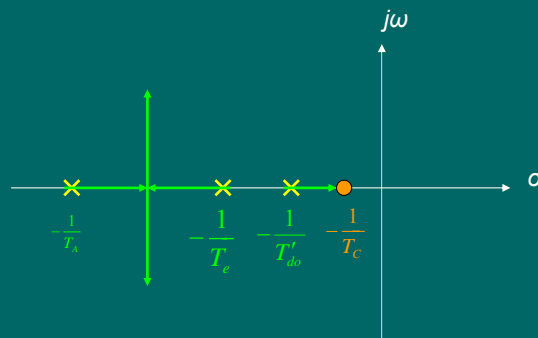
$$(1+ST_A)(1+ST_e)(1+ST'_{do}) + K(1+ST_C) = 0$$

218

## مکان هندسی ریشه های مخرج تابع انتقال جدید

- بررسی پایداری حلقه کنترل AVR با وجود جبران کننده سری:

$$(1 + ST_A)(1 + ST_e)(1 + ST'_{do}) + K(1 + ST_C) = 0$$



ملاحظه می شود که مکان هندسی ریشه ها به ازای همه مقادیر  $K$  در سمت چپ محور  $j\omega$  قرار دارد بنابراین سیستم کنترل فوق همواره پایدار است.

219

## حلقه کنترل بار-فرکانس (ALFC)

- سیستم کنترل بار-فرکانس با کنترل فرکانس توازن توان تولیدی و مصرفی را برقرار می کند.  
-مناطق کنترل:

- سیستم قدرت تک منطقه ای  
الف) با یک ژنراتور
- ب) با چند ژنراتور
- سیستم قدرت دو منطقه ای
- سیستم قدرت چند منطقه ای

220

## سیستم قدرت تک منطقه ای با یک ژنراتور

- اجزاء حلقه کنترل بار-فرکانس:

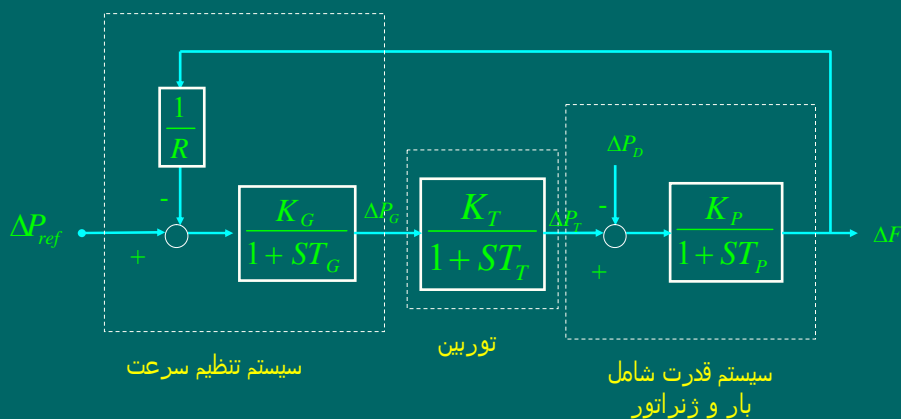


- سیستم تنظیم سرعت (Speed Governing System) شامل:

- تغییر دهنده سرعت (speed Changer)
- تنظیم کننده سرعت (Speed Governor)
- تقویت کننده هیدرولیکی (hydraulic Amplifier)
- شیر کنترل بخار (Control Valve)
- حلقه فوق را کنترل بار-فرکانس اولیه (Primary ALFC) می نامند.

## حلقه کنترل بار-فرکانس اولیه

- اجزاء حلقه کنترل بار-فرکانس:



$R$ : ضریب تنظیم گاورنر بر حسب  $Hz / Pu. MW$

222

## مدلسازی سیستم قدرت

$$\Delta P_T - \Delta P_D = \frac{dW_{kin}}{dt} + D' \cdot \Delta f$$

↓
↓
↓
↓

تغییرات تولیدی توان توربین      تغییرات بار      تغییرات انرژی جنبشی ژنراتور      تغییرات بار بعثت تغییر فرکانس

223

## محاسبه مشتق انرژی جنبشی

$$\begin{aligned} \frac{W_{kin}}{W_{kin}^0} &= \frac{\frac{1}{2} I \omega^2}{\frac{1}{2} I \omega_0^2} = \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 = \left( \frac{2\pi f}{2\pi f_0} \right)^2 = \left( \frac{f}{f_0} \right)^2 = \left( \frac{f_0 + \Delta f}{f_0} \right)^2 = \\ &= \left( 1 + \frac{\Delta f}{f_0} \right)^2 = 1 + 2 \left( \frac{\Delta f}{f_0} \right) + \left( \frac{\Delta f}{f_0} \right)^2 \approx 1 + 2 \left( \frac{\Delta f}{f_0} \right) \\ W_{kin} &= \frac{W_{kin}^0}{H \cdot S_n} \left( 1 + 2 \left( \frac{\Delta f}{f_0} \right) \right) = H \cdot S_n \left( 1 + 2 \left( \frac{\Delta f}{f_0} \right) \right) \\ \frac{dW_{kin}}{dt} &= \frac{2 H \cdot S_n}{f_0} \frac{d\Delta f}{dt} \end{aligned}$$

224



## ادامه مدل سازی سیستم قدرت

$$\Delta P_T - \Delta P_D = \frac{dW_{kin}}{dt} + D' \cdot \Delta f$$

$$\Delta P_T - \Delta P_D = \frac{2H \cdot S_n}{f_0} \frac{d\Delta f}{dt} + D' \cdot \Delta f$$

- معادله فوق را پیرونیت می کنیم:

$$\frac{\Delta P_T}{S_n} - \frac{\Delta P_D}{S_n} = \frac{2H \cdot S_n}{f_0 S_n} \frac{d\Delta f}{dt} + \underbrace{\left( \frac{D'}{S_n} \right)}_D \Delta f$$

$$\Delta P_T - \Delta P_D = \frac{2H}{f_0} \frac{d\Delta f}{dt} + D \Delta f$$

- از معادله فوق تبدیل لاپلاس می گیریم:

225

## ادامه مدل سازی سیستم قدرت

$$\Delta P_T - \Delta P_D = \frac{2H}{f_0} \frac{d\Delta f}{dt} + D \Delta f$$

$$\Delta P_T(s) - \Delta P_D(s) = \frac{2H}{f_0} s \Delta F(s) + D \Delta F(s)$$

$$\Delta F(s) = \frac{\Delta P_T(s) - \Delta P_D(s)}{\frac{2H}{f_0} s + D}$$

$$\Delta F(s) = \left( \frac{1}{D} \right) \frac{\Delta P_T(s) - \Delta P_D(s)}{1 + \left( \frac{2H}{Df_0} \right) s} = K_p \frac{\Delta P_T(s) - \Delta P_D(s)}{1 + sT_p}$$

$$K_p = \frac{1}{D} \quad T_p = \frac{2H}{Df_0}$$

-  $K_p$ : بهره سیستم قدرت

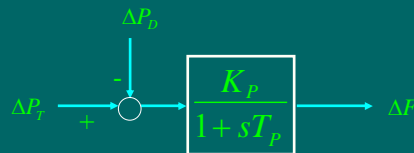
-  $T_p$ : ثابت زمانی تاخیر سیستم قدرت

-  $D$ : دروپ بر حسب  $Pu.MW / Hz$

226

## مدل نهائی سیستم قدرت

$$\Delta F(s) = \left( \frac{K_p}{1 + sT_p} \right) (\Delta P_T(s) - \Delta P_D(s))$$



227

## محاسبه دروپ

- دروپ به بار بستگی دارد و با محاسبه تغییرات بار به تغییرات فرکانس بدست می آید که معمولاً این تغییرات خطی فرض می شوند. بنابراین:

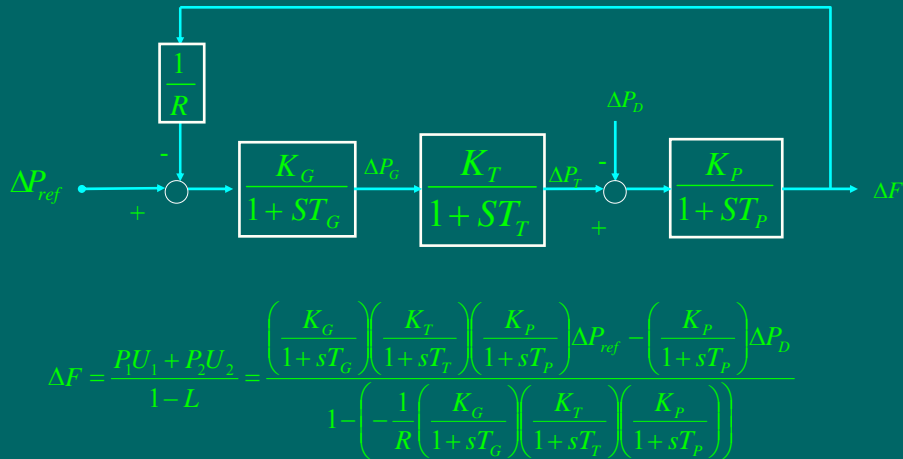
$$D = \frac{P_D^0}{f^0}$$

- یعنی دروپ برابر نسبت بار در فرکانس سنکرون به فرکانس سنکرون است.

228

## بررسی استاتیکی حلقه ALFC اولیه

- محاسبه پاسخ حالت ماندگار سیستم کنترل ALFC اولیه:



229

## پاسخ حالت ماندگار کنترل نشده

- محاسبه پاسخ حالت ماندگار سیستم کنترل ALFC اولیه در حالت بدون کنترل:

$$\Delta F = \left(\frac{K_P}{1+sT_P}\right) \frac{\left(\frac{K_G}{1+sT_G}\right)\left(\frac{K_T}{1+sT_T}\right)\Delta P_{ref} - \Delta P_D}{1 + \frac{1}{R}\left(\frac{K_G}{1+sT_G}\right)\left(\frac{K_T}{1+sT_T}\right)\left(\frac{K_P}{1+sT_P}\right)}$$

if  $\Delta P_{ref} = 0$  ,  $\Delta P_D = \frac{\Delta P_D}{S}$

$$\Delta F = \frac{\left(\frac{K_P}{1+sT_P}\right)\left(-\frac{\Delta P_D}{S}\right)}{1 + \frac{1}{R}\left(\frac{K_G}{1+sT_G}\right)\left(\frac{K_T}{1+sT_T}\right)\left(\frac{K_P}{1+sT_P}\right)}$$

230

## ادامه پاسخ حالت ماندگار کنترل نشده

$$\Delta f_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \Delta F(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{\left( \frac{K_p}{1+sT_p} \right) \left( -\frac{\Delta P_D}{s} \right)}{1 + \frac{1}{R} \left( \frac{K_G}{1+sT_G} \right) \left( \frac{K_T}{1+sT_T} \right) \left( \frac{K_p}{1+sT_p} \right)}$$

$$\Delta f_{ss} = \frac{\left( \frac{K_p}{1+0} \right) (-\Delta P_D)}{1 + \frac{1}{R} \left( \frac{K_G}{1+0} \right) \left( \frac{K_T}{1+0} \right) \left( \frac{K_p}{1+0} \right)} = \frac{-K_p \Delta P_D}{1 + \frac{K_G K_T K_p}{R}}$$

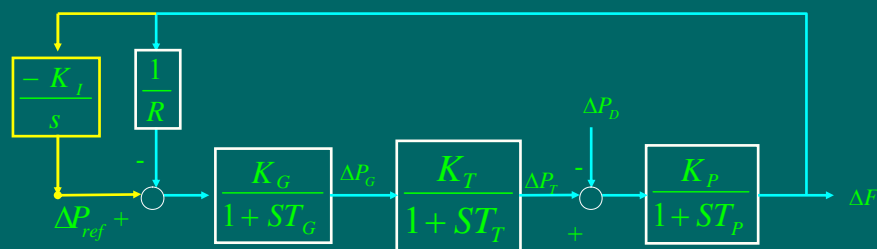
$$K_G K_T \approx 1$$

$$\Delta f_{ss} = \frac{-K_p \Delta P_D}{1 + \frac{K_p}{R}} = \frac{-\Delta P_D}{\frac{1}{K_p} + \frac{1}{R}} = \frac{-\Delta P_D}{D + \frac{1}{R}} = \frac{-\Delta P_D}{\beta}$$

- ملاحظه می شود که در حالت بدون کنترل، فرکانس خطای حالت دائم دارد. بنابراین از کنترل کننده استفاده می کنیم.

231

## حلقه ALFC با کنترل انتگرالگیر



$$\Delta F = \left( \frac{K_p}{1+sT_p} \right) \frac{-\Delta P_D}{1 + \left( \frac{1}{R} + \frac{K_I}{s} \right) \left( \frac{K_G}{1+sT_G} \right) \left( \frac{K_T}{1+sT_T} \right) \left( \frac{K_p}{1+sT_p} \right)}$$

حلقه کنترل دربرگیرنده انتگرالگیر را حلقه ثانویه کنترل-بار فرکانس می گویند.

232

## محاسبه مقدار نهائی تغییرات فرکانس در حالت کنترل شده

$$\Delta F = \left( \frac{K_p}{1+sT_p} \right) \frac{-\Delta P_D}{1 + \left( \frac{1}{R} + \frac{K_I}{s} \right) \left( \frac{K_G}{1+sT_G} \right) \left( \frac{K_T}{1+sT_T} \right) \left( \frac{K_p}{1+sT_p} \right)}$$

$$\text{if } \Delta P_D(s) = \frac{\Delta P_D}{s}, \quad K_G K_T \approx 1$$

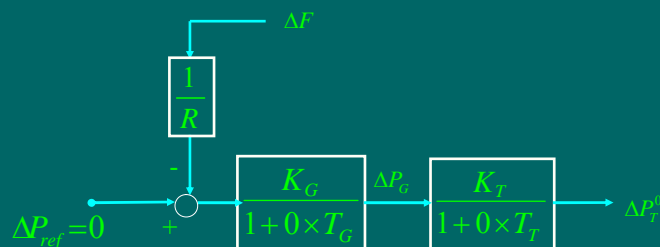
$$\Delta f_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \Delta F(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \left( \frac{K_p}{1+sT_p} \right) \frac{-\frac{\Delta P_D}{s}}{1 + \left( \frac{1}{R} + \frac{K_I}{s} \right) \left( \frac{K_G}{(1+sT_G)(1+sT_T)} \right) \left( \frac{K_p}{1+sT_p} \right)} = 0$$

- ملاحظه می شود که این در حالت کنترل شده، مقدار دائم تغییرات فرکانس صفر می شود. بنابراین حلقه ثانویه تنظیم دقیق فرکانس را انجام می دهد.

233

## محاسبه ضریب تنظیم گاورنر

- برای تعیین ضریب تنظیم گاورنر ( $R$ ) توان توربین را مقدار کمی افزایش داده و مقدار دائم تغییر فرکانس ژنراتور را در حالت بی بار و بدون کنترل اندازه می گیرند.

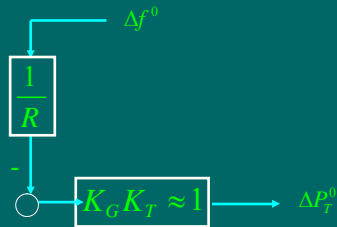


$$\Delta F = \left( \frac{K_p}{1+sT_p} \right) \frac{-\Delta P_D}{1 + \left( \frac{1}{R} + \frac{K_I}{s} \right) \left( \frac{K_G}{1+sT_G} \right) \left( \frac{K_T}{1+sT_T} \right) \left( \frac{K_p}{1+sT_p} \right)}$$

234

## ادامه محاسبه ضریب تنظیم گاورنر

- پس از ساده سازی دیگرام کنترل فوق:



$$\Delta P_T^0 = \frac{-1}{R} \Delta f^0$$

$$R = -\frac{\Delta f^0}{\Delta P_T^0}$$

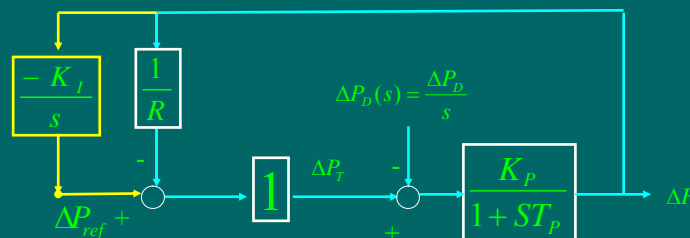
235

## بررسی دینامیکی حلقه کنترل ALFC

- در حلقه های کنترل بار فرکانس از  $T_G$  و  $T_T$  در مقابل  $T_P$  صرفنظر می کنیم در اینصورت:

$$\left( \frac{K_G}{1+sT_G} \right) \left( \frac{K_T}{1+sT_T} \right) = \left( \frac{K_G}{1+s \times 0} \right) \left( \frac{K_T}{1+s \times 0} \right) = K_G K_T \approx 1$$

- بنابراین حلقه های کنترل بار-فرکانس بصورت زیر ساده می شود:



- از دیگرام فوق  $\Delta F$  را محاسبه می کنیم:

236

## ادامه بررسی دینامیکی حلقه کنترل ALFC

$$\Delta F = \frac{PU}{1-L} = \frac{\left(\frac{K_p}{1+sT_p}\right)\Delta P_D(s)}{1+\left(\frac{K_p}{1+sT_p}\right)\left(\frac{1}{R}+\frac{K_I}{s}\right)} = \frac{K_p}{T_p} \frac{s\left(\frac{\Delta P_D}{s}\right)}{s^2 + \frac{1}{T_p}\left(1+\frac{K_p}{R}\right)s + \frac{K_p K_I}{T_p}}$$

$$\Delta F = \frac{K_p}{T_p} \frac{\Delta P_D}{s^2 + \frac{1}{T_p}\left(1+\frac{K_p}{R}\right)s + \frac{K_p K_I}{T_p}}$$

- مخرج کسر دو ریشه دارد. اگر مبین معادله درجه دوم مخرج صفر باشد دو ریشه مضاعف (یک ریشه) داریم :

$$\Delta = \frac{1}{T_p^2} \left(1 + \frac{K_p}{R}\right)^2 - 4 \times 1 \times \frac{K_p K_I}{T_p} = 0 \Rightarrow K_I = \frac{1}{4K_p T_p} \left(1 + \frac{K_p}{R}\right)^2 = K_{Icrit}$$

237

## بحث در مورد مقادیر $K_I$

- if  $K_I = K_{Icrit}$  :  $\Delta = 0$  *Critical\_state*
- if  $K_I > K_{Icrit}$  :  $\Delta < 0$  *Under\_damped\_state*
- if  $K_I < K_{Icrit}$  :  $\Delta > 0$  *Over\_damped\_state*

- شکل خروجی :

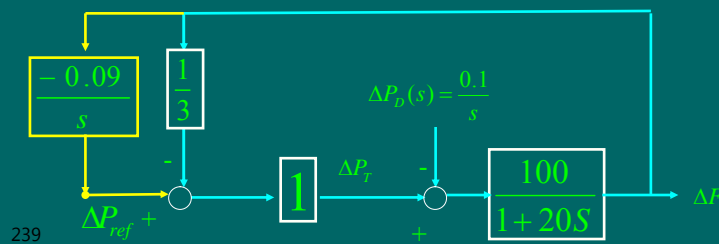
238

## مثال

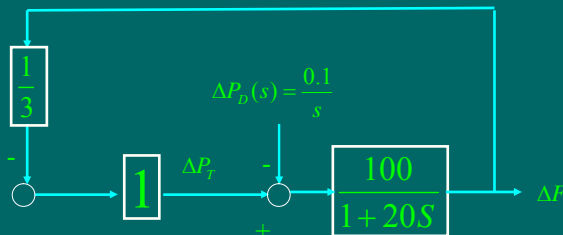
- برای سیستم کنترل بار-فرکانس زیر مطلوبست محاسبه الف) خروجی  $\Delta F(s)$  و خطای حالت دائم فرکانس وقتی حلقه ثانویه وجود نداشته باشد.

ب) خروجی  $\Delta F(s)$  و خطای حالت دائم فرکانس وقتی حلقه ثانویه وجود داشته باشد.

ج)  $\Delta f(t)$



- حل الف) شکل بدون حلقه ثانویه



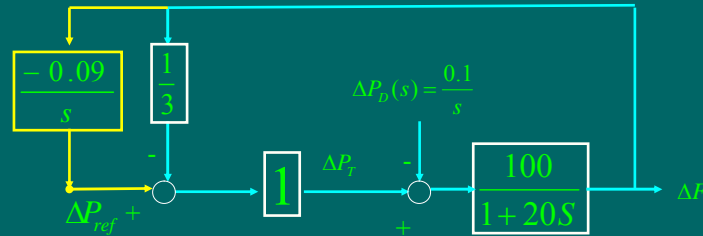
$$\Delta F(s) = \frac{PU}{1-L} = \frac{\left(\frac{-100}{1+20s}\right)\left(\frac{0.1}{s}\right)}{1 - \left(\frac{100}{1+20s}\right)\left(\frac{-1}{3}\right)} = \frac{-10}{s\left(1+20s + \frac{100}{3}\right)} = \frac{-0.5}{s(s+1.717)}$$

$$\Delta f^0 = \Delta f_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \Delta F(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \left( \frac{-0.5}{s(s+1.717)} \right) = -0.291 \text{ Hz}$$

240



- حل ب) شکل با حلقه ثانویه



$$\Delta F(s) = \frac{PU}{1-L} = \frac{\left(\frac{-100}{1+20s}\right)\left(\frac{0.1}{s}\right)}{1 - \left(\frac{100}{1+20s}\right)\left(\frac{-1}{3} + \frac{-0.09}{s}\right)} = \frac{-10}{s\left(1+20s + \frac{100}{3} + \frac{9}{s}\right)} = \frac{-10}{(20s^2 + 34.333s + 9)}$$

$$= \frac{-0.5}{s^2 + 1.717s + 0.45}$$

$$\Delta f^0 = \Delta f_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \Delta F(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \left( \frac{-0.5}{s^2 + 1.717s + 0.45} \right) = 0$$

241

- حل ج) حلقه ثانویه وجود دارد

$$\Delta F(s) = \frac{-0.5}{s^2 + 1.717s + 0.45} = \frac{-0.5}{(s + 0.323)(s + 1.395)}$$

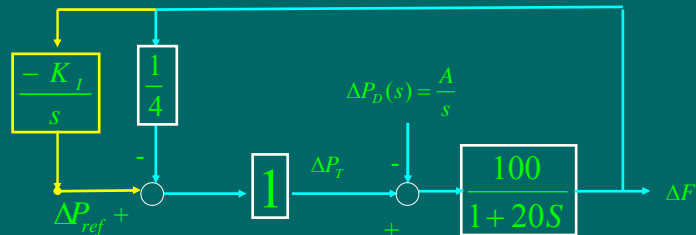
$$\Delta F(s) = \frac{0.466}{s + 1.395} - \frac{0.466}{s + 0.323}$$

$$\Delta f(t) = 0.466 \left( e^{-1.395t} - e^{-0.323t} \right) \quad \text{for } t \geq 0$$

242

## مثال

- برای سیستم کنترل بار-فرکانس زیر حدود  $K_I$  را چنان تعیین کنید تا پاسخ فوق میرا (غیر نوسانی) داشته باشیم.



243

( حل -

$$F(s) = \frac{PU}{1-L} = \frac{\left(\frac{-100}{1+20s}\right)\left(\frac{A}{s}\right)}{1 - \left(\frac{100}{1+20s}\right)\left(\frac{-1}{4} + \frac{-K_I}{s}\right)} =$$

$$= \frac{-100A}{s\left(1+20s + \frac{100}{4} + \frac{100K_I}{s}\right)} = \frac{-100A}{(20s^2 + 26s + 100K_I)} = \frac{-5A}{(s^2 + 1.3s + 5K_I)}$$

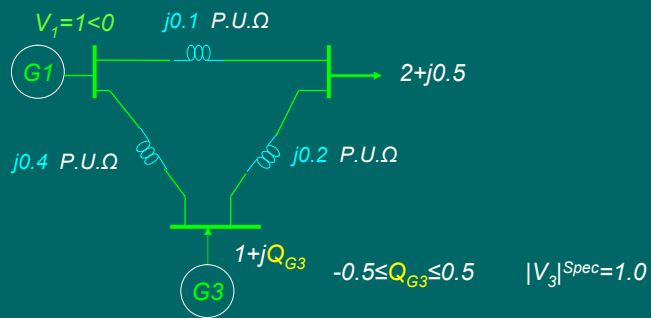
$$\Delta = 1.3^2 - 4 \times 5K_I > 0$$

$$K_I < 0.0845$$

244

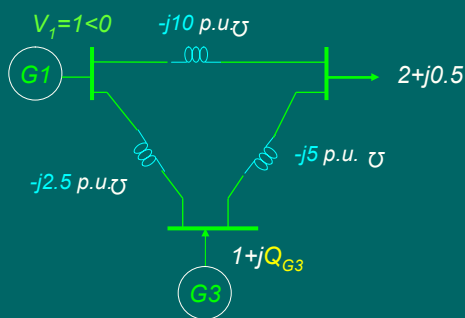
## تمرین

در شکل زیر باس 3 از نوع کنترل ولتاژ است. ولتاژ باسها را با استفاده از پخش بار نیوتن-رافسون و پس از یک مرحله تکرار بدست آورید.



245

حل: ابتدا محاسبه ماتریس ادمیتانس:



$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j12.5 & j10 & j2.5 \\ j10 & -j15 & j5 \\ j2.5 & j5 & -j7.5 \end{bmatrix}$$

246

## تمرین

هزینه افزونی تولید انرژی دو نیروگاه یک سیستم قدرت عبارتست از:

$$IC_1 = 800 + P_1 \quad \text{for} \quad 300 \leq P_1 \leq 600$$

$$IC_2 = 600 + P_2 \quad \text{for} \quad 500 \leq P_2 \leq 800$$

اگر بار کل سیستم 1000 مگاوات باشد،  
 الف) توزیع اقتصادی بار بین دو نیروگاه را محاسبه کنید.  
 ب) اگر بار بطور مساوی بین دو نیروگاه تقسیم شود، در هر ساعت چقدر زیان خواهیم داشت؟

حل:

247

حل الف)

$$IC_1 = 800 + P_1 = \lambda \Rightarrow P_1 = \lambda - 800$$

$$IC_2 = 600 + P_2 = \lambda \Rightarrow P_2 = \lambda - 600$$

$$P_1 + P_2 = P_D \Rightarrow (\lambda - 800) + (\lambda - 600) = 1000 \Rightarrow \lambda = 1200$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_1 = \lambda - 800 = 1200 - 800 = 400 \text{ Mw} \\ P_2 = \lambda - 600 = 1200 - 600 = 600 \text{ Mw} \end{array} \right.$$

چون هر دو توان در محدوده های مجازشان هستند، جوابهای بهینه قابل قبول اند.

248

حل ب)

$$C_1 = \int IC_1 dP_1 = \int (800 + P_1) dP_1 = 800 P_1 + 0.5 P_1^2 + k_1$$

$$C_2 = \int IC_2 dP_2 = \int (600 + P_2) dP_2 = 600 P_2 + 0.5 P_2^2 + k_2$$

$$C = C_1(P_1) + C_2(P_2)$$

$$\Delta C = [C_1(500) + C_2(500)] - [C_1(400) + C_2(600)] =$$

$$\Delta C = \left[ (800 \times 500 + 0.5(500)^2 + k_1) + (600 \times 500 + 0.5(500)^2 + k_2) \right] -$$

$$\left[ (800 \times 400 + 0.5(400)^2 + k_1) + (600 \times 600 + 0.5(600)^2 + k_2) \right] =$$

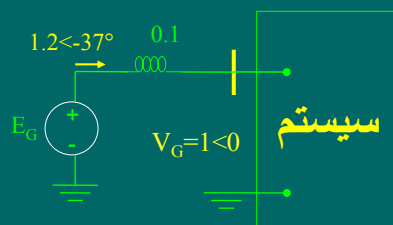
$$= [525000 + 425000] - [400000 + 540000] = 10000$$

249

### تمرین

یک ژنراتور با راکتانس  $0.1 P.u.$  در ولتاژ ترمینال  $1^{pu} < 0$  و جریان  $1.2 < -37^\circ$  یک سیستم را تغذیه می‌کند. در این هنگام یک اتصال کوتاه سه فاز متقارن بی واسطه در ترمینالهای ژنراتور رخ می‌دهد. جریان اتصال کوتاه چقدر است؟

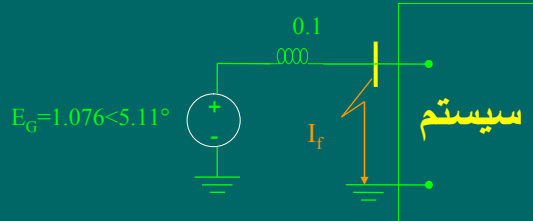
حل: در قبل از اتصال کوتاه:



$$E_G = 1 < 0 + j0.1(1.2 < -37^\circ) = 1.076 < 5.11^\circ$$

250

در بعد از اتصال کوتاه:



$$I_f = \frac{1.076 \angle 5.11^\circ}{j0.1} = 10.76 \angle 84.89^\circ$$

251

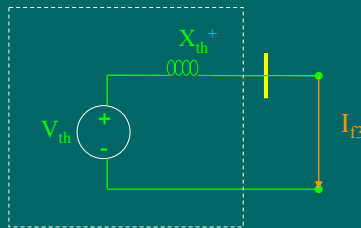
### تمرین

یک ژنراتور با راکتانس  $0.1 P.u.$  در ولتاژ ترمینال  $1^{pu} < 0^\circ$  و جریان  $1.2 \angle -37^\circ$  یک سیستم را تغذیه می‌کند. در این هنگام یک اتصال کوتاه سه فاز متقارن با امپدانس اتصال کوتاه  $Z_f = j0.05 P.u.$  در ترمینالهای ژنراتور رخ می‌دهد. جریان اتصال کوتاه چقدر است؟

252

## تمرین

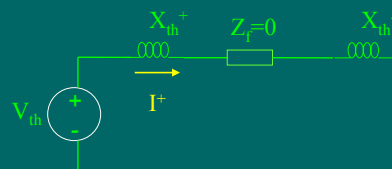
یک سیستم قدرت بی بار مفروض است. در یکی از باسهای این سیستم، یک اتصال کوتاه سه فاز متقارن بی واسطه رخ می دهد و جریان اتصال کوتاه 5A برقرار می شود. اگر در همان باس و در همان شرایط به جای اتصال کوتاه متقارن، اتصال کوتاه بی واسطه دو فاز به هم رخ دهد؛ جریان اتصال کوتاه چقدر خواهد شد؟ امدانسی مولفه های مثبت و منفی همه عناصر سیستم با هم مساوی هستند.



حل: مدار معادل در اتصال کوتاه سه فاز:

$$|I_{f3}| = \left| \frac{V_{th}}{jX_{th}^+} \right| = 5 \Rightarrow \left| \frac{V_{th}}{X_{th}^+} \right| = 5$$

253



ادامه حل:

مدار معادل در اتصال کوتاه دو فاز به هم:

$$|I^+| = \left| \frac{V_{th}}{jX_{th}^+ + jX_{th}^-} \right| = \left| \frac{V_{th}}{jX_{th}^+ + jX_{th}^+} \right| = \frac{1}{2} \left| \frac{V_{th}}{X_{th}^+} \right| = \frac{1}{2} \times 5$$

$$I^+ = \frac{jI_{f2}}{\sqrt{3}} \Rightarrow I_{f2} = -j\sqrt{3}I^+$$

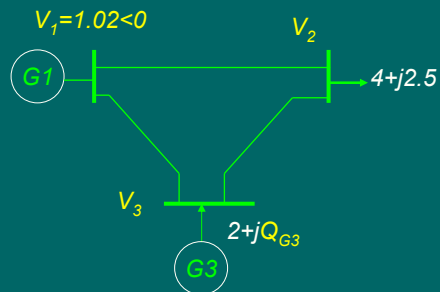
$$|I_{f2}| = |-j\sqrt{3}I^+| = \sqrt{3}|I^+| = \sqrt{3} \left( \frac{1}{2} \times 5 \right)$$

$$|I_{f2}| = \frac{\sqrt{3}}{2} |I_{f3}|$$

نتیجه: در شرایطی شبیه مساله فوق، جریان اتصال کوتاه دو فاز  $\sqrt{3}/2$  برابر جریان اتصال کوتاه سه فاز است.

254

## تمرین



در سیستم قدرت شکل مقابل باس 1، باس مبنا است. با استفاده از روش نیوتن رافسون و پس از یک مرحله تکرار تعیین کنید که ژنراتور 3 چقدر توان راکتیو باید تولید کند تا ولتاژ باس 3 در مقدار  $1.01 pu$  کنترل شود؟ ماتریس ادمیتانس سیستم عبارت است از:

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} -j50 & j20 & j30 \\ j20 & -j52 & j32 \\ j30 & j32 & -j62 \end{bmatrix}$$

255

حل:

محاسبه توانهای تزریقی باسها:

$$P_2^{sch} = P_{G2} - P_{D2} = 0 - 4 = -4$$

$$P_3^{sch} = P_{G3} - P_{D3} = 2 - 0 = 2$$

$$Q_2^{sch} = Q_{G2} - Q_{D2} = 0 - 2.5 = -2.5$$

$$Q_3^{sch} = Q_{G3} - Q_{D3} = Q_{G3} - 0 = Q_{G3}$$

تکرار اول:

$$V_1 = 1.02 < 0 \quad V_2 = 1 < 0 \quad V_3 = |V_3|^{spec} = 1.01 < 0$$

$$\begin{aligned} f_{p2}^{(0)} &= \sum_{k=1}^n |y_{2k}| |V_2| |V_k| \cos(\delta_2 - \delta_k - \theta_{2k}) \\ &= |y_{21}| |V_2| |V_1| \cos(\delta_2 - \delta_1 - \theta_{21}) + |y_{22}| |V_2| |V_2| \cos(\delta_2 - \delta_2 - \theta_{22}) + |y_{23}| |V_2| |V_3| \cos(\delta_2 - \delta_3 - \theta_{23}) \\ &= 20 \times 1 \times 1.02 \times \cos(0 - 0 - 90) + 52 \times 1 \times 1 \times \cos(0 - 0 + 90) + 32 \times 1 \times 1.01 \times \cos(0 - 0 - 90) \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{q2}^{(0)} &= \sum_{k=1}^n |y_{2k}| |V_2| |V_k| \sin(\delta_2 - \delta_k - \theta_{2k}) \\ &= 20 \times 1 \times 1.02 \times \sin(0 - 0 - 90) + 52 \times 1 \times 1 \times \sin(0 - 0 + 90) + 32 \times 1 \times 1.01 \times \sin(0 - 0 - 90) \\ &= -0.4 \end{aligned}$$

256



ادامه حل:

$$\begin{aligned}
 f_{p3}^{(0)} &= \sum_{k=1}^n |y_{3k}| |V_k| \cos(\delta_3 - \delta_k - \theta_{3k}) \\
 &= |y_{31}| |V_3| |V_1| \cos(\delta_3 - \delta_1 - \theta_{31}) + |y_{32}| |V_3| |V_2| \cos(\delta_3 - \delta_2 - \theta_{32}) + |y_{33}| |V_3| |V_3| \cos(\delta_3 - \delta_3 - \theta_{33}) \\
 &= 30 \times 1.01 \times 1.02 \times \cos(0 - 0 - 90) + 32 \times 1.01 \times 1 \times \cos(0 - 0 - 90) + 62 \times 1.01 \times 1.01 \times \cos(0 - 0 + 90) \\
 &= 0 \\
 f_{q3}^{(0)} &= \sum_{k=1}^n |y_{3k}| |V_k| \sin(\delta_3 - \delta_k - \theta_{3k}) \\
 &= |y_{31}| |V_3| |V_1| \sin(\delta_3 - \delta_1 - \theta_{31}) + |y_{32}| |V_3| |V_2| \sin(\delta_3 - \delta_2 - \theta_{32}) + |y_{33}| |V_3| |V_3| \sin(\delta_3 - \delta_3 - \theta_{33}) \\
 &= 30 \times 1.01 \times 1.02 \times \sin(0 - 0 - 90) + 32 \times 1.01 \times 1 \times \sin(0 - 0 - 90) + 62 \times 1.01 \times 1.01 \times \sin(0 - 0 + 90) \\
 &= 0.020
 \end{aligned}$$

$$Q_3^{sch} = f_{q3}^{(0)} = 0.02 = Q_{G3}$$

$$\Delta P_2 = P_2^{sch} - f_{p2}^{(0)} = -4 - 0 = -4$$

$$\Delta P_3 = P_3^{sch} - f_{p3}^{(0)} = 2 - 0 = 2$$

$$\Delta Q_2 = Q_2^{sch} - f_{q2}^{(0)} = -2.5 - (-0.4) = -2.1$$

$$\Delta Q_3 = Q_3^{sch} - f_{q3}^{(0)} = 0.02 - 0.02 = 0$$

257

ادامه حل:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 = 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & N_{22} & N_{23} \\ H_{32} & H_{33} & N_{32} & N_{33} \\ J_{22} & J_{23} & L_{22} & L_{23} \\ J_{32} & J_{33} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \frac{\Delta |V_2|}{|V_2|^{(0)}} \\ \frac{\Delta |V_3|}{|V_3|^{(0)}} = 0 \end{bmatrix}$$

$$H_{22} = -f_{p2}^{(0)} - B_{22}|V_2|^2 = -0.4 - (-52) \times (1)^2 = 51.6$$

$$H_{33} = -f_{p3}^{(0)} - B_{33}|V_3|^2 = -(0.02) - (-62) \times (1.01)^2 = 63.2262$$

$$H_{23} = |y_{23}| |V_2| |V_3| \sin(\delta_2 - \delta_3 - \theta_{23}) = 32 \times 1 \times 1.01 \times \sin(0 - 0 - 90) = -32.32$$

$$H_{32} = |y_{32}| |V_3| |V_2| \sin(\delta_3 - \delta_2 - \theta_{32}) = 32 \times 1.01 \times 1 \times \sin(0 - 0 - 90) = -32.32$$

$$N_{22} = f_{p2}^{(0)} + G_{22}|V_2|^2 = 0 + 0 \times 1^2 = 0$$

$$N_{32} = |y_{32}| |V_3| |V_2| \cos(\delta_3 - \delta_2 - \theta_{32}) = 32 \times 1.01 \times 1 \times \cos(0 - 0 - 90) = 0$$

$$J_{22} = f_{q2}^{(0)} - G_{22}|V_2|^2 = 0 - 0 \times 1^2 = 0$$

$$J_{23} = -|y_{23}| |V_2| |V_3| \cos(\delta_2 - \delta_3 - \theta_{23}) = 32 \times 1 \times 1.01 \times \cos(0 - 0 - 90) = 0$$

258

$$L_{22} = f_{q2}^{(0)} - B_{22}|V_2|^2 = (-0.4) - (-52) \times (1)^2 = 51.6$$

ادامه حل:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{22} & H_{23} & N_{22} \\ H_{32} & H_{33} & N_{32} \\ J_{22} & J_{23} & L_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \frac{\Delta |V_2|}{|V_2|^{(0)}} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -4 \\ 2 \\ -2.1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 51.6 & -32.32 & 0 \\ -32.32 & 63.2262 & 0 \\ 0 & 0 & 51.6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \frac{\Delta |V_2|}{|V_2|^{(0)}} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \frac{\Delta |V_2|}{|V_2|^{(0)}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 51.6 & -32.32 & 0 \\ -32.32 & 63.2262 & 0 \\ 0 & 0 & 51.6 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \\ -2.1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0849 \\ -0.0118 \\ -0.0407 \end{bmatrix}$$

$$\delta_2^{new} = \delta_2^{old} + \Delta \delta_2 = 0 + (-0.0849) = -0.0849 \text{ rad} = 4.864^\circ$$

$$\delta_3^{new} = \delta_3^{old} + \Delta \delta_3 = 0 + (-0.0118) = -0.0118 \text{ rad} = 0.676^\circ$$

$$|V_2|^{new} = |V_2|^{old} + \Delta |V_2| = 1 + (-0.0407) \times 1 = 0.9593$$

$$|V_3|^{new} = |V_3|^{spec} = 1.01$$

$$V_2 = 0.9593 < 4.864^\circ \quad V_3 = 1.01 < 0.676^\circ$$

259

ادامه حل:

$$\delta_2^{new} = \delta_2^{old} + \Delta \delta_2 = 0 + (-0.0849) = -0.0849 \text{ rad} = 4.864^\circ$$

$$\delta_3^{new} = \delta_3^{old} + \Delta \delta_3 = 0 + (-0.0118) = -0.0118 \text{ rad} = 0.676^\circ$$

$$|V_2|^{new} = |V_2|^{old} + \Delta |V_2| = 1 + (-0.0407) \times 1 = 0.9593$$

$$|V_3|^{new} = |V_3|^{spec} = 1.01$$

$$V_2 = 0.9593 < 4.864^\circ \quad V_3 = 1.01 < 0.676^\circ$$

$$Q_3^{sh} = \sum_{k=1}^n |y_{3k}| |V_k| |V_3| \sin(\delta_3 - \delta_k - \theta_{3k})$$

$$= |y_{31}| |V_1| |V_3| \sin(\delta_3 - \delta_1 - \theta_{31}) + |y_{32}| |V_2| |V_3| \sin(\delta_3 - \delta_2 - \theta_{32}) + |y_{33}| |V_3| |V_3| \sin(\delta_3 - \delta_3 - \theta_{33})$$

$$= 30 \times 1.01 \times 1.02 \times \sin(0.676 - 0 - 90) + 32 \times 1.01 \times 0.9593 \times \sin(0.676 - 4.864 - 90) + 62 \times 1.01 \times 1.01 \times \sin(0.676 - 0.676 + 90) = 1.4206$$

$$Q_3^{sh} = Q_{G3} - Q_{D3} \Rightarrow Q_{G3} = Q_3^{sh} + Q_{D3} = 1.4206 + 0 = 1.4206$$

260

## تمرین

توابع هزینه افزونی سه نیروگاه بصورت زیر است. در صوررتیکه مجموع بار مصرفی سه نیروگاه 1500 مگاوات باشد، توزیع اقتصادی بار بین سه نیروگاه را به روش مستقیم بدست آورید.

$$\begin{aligned} IC_1 &= 800 + P_1 & 200 \leq P_1 \leq 600 \text{ Mw} \\ IC_2 &= 600 + P_2 & 300 \leq P_2 \leq 700 \text{ Mw} \\ IC_3 &= 700 + P_3 & 100 \leq P_3 \leq 400 \text{ Mw} \end{aligned}$$

حل:

$$IC_1 = IC_2 = IC_3 = \lambda \Rightarrow \begin{cases} P_1 = \lambda - 800 \\ P_2 = \lambda - 600 \\ P_3 = \lambda - 700 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} P_1 + P_2 + P_3 &= P_D \\ (\lambda - 800) + (\lambda - 600) + (\lambda - 700) &= 1500 \\ \lambda &= 1200 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} P_1 = \lambda - 800 = 1200 - 800 = 400 & \text{در محدوده مجاز قرار دارد.} \\ P_2 = \lambda - 600 = 1200 - 600 = 600 & \text{در محدوده مجاز قرار دارد.} \\ P_3 = \lambda - 700 = 1200 - 700 = 500 > P_3^{\max} = 400 \Rightarrow P_3 = P_3^{\max} = 400 \end{cases}$$

261

ادامه حل:

$$P'_D = P_D - P_3 = 1500 - 400 = 1100$$

$$P_1 + P_2 = P'_D$$

$$(\lambda' - 800) + (\lambda' - 600) = 1100$$

$$\lambda' = 1250$$

$$\begin{cases} P_1 = \lambda' - 800 = 1250 - 800 = 450 & \text{در محدوده مجاز قرار دارد.} \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_2 = \lambda' - 600 = 1250 - 600 = 650 & \text{در محدوده مجاز قرار دارد.} \end{cases}$$

جوابهای بهینه:

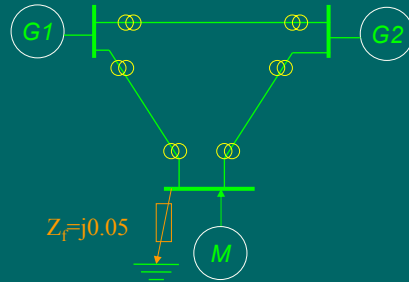
$$P_1^{opt} = 450$$

$$P_2^{opt} = 650$$

$$P_3^{opt} = 400$$

262

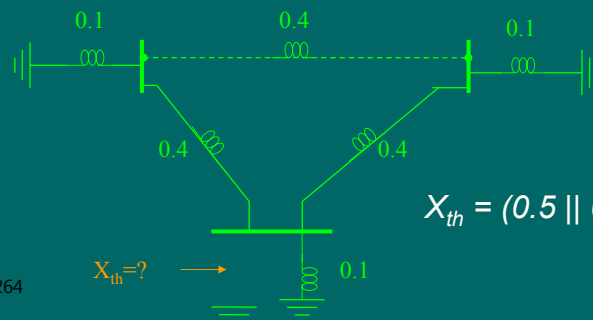
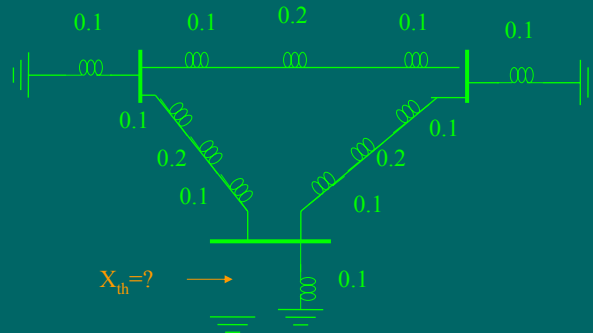
## تمرین



در سیستم قدرت شکل راکتانس همه خطوط 0.2 و راکتانس ژنراتورها و موتور  $M$  و راکتانس همه ترانسها 0.1 پریونیت است. یک اتصال کوتاه سه فاز متقارن با امپدانس  $Z_f = j0.05$  در باس متصل به موتور رخ می دهد. شبکه در قبل از اتصال کوتاه بی بار و ولتاژ همه باسها  $1 pu < 0$  فرض می شوند. مطوبست محاسبه جریان اتصال کوتاه  $I_f$  ؟

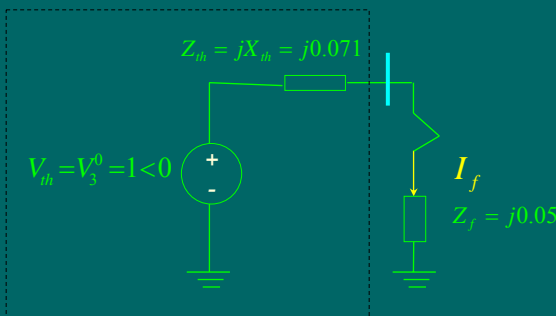
263

حل:



$$X_{th} = (0.5 \parallel 0.5) \parallel 0.1 = 0.071$$

264



$$I_f = \frac{V_{th}}{Z_{th} + Z_f} = \frac{1 < 0}{j0.071 + j0.05} = -j8.264$$

265

### تمرین

توابع هزینه و محدودیتهای تولید دو نیروگاه یک سیستم قدرت عبارتست از:

$$C_1 = 1 + P_1 \quad \text{for} \quad 1 \leq P_1 \leq 3$$

$$C_2 = 1 + 2P_2 \quad \text{for} \quad 0.5 \leq P_2 \leq 2$$

اگر بار کل سیستم 3 واحد باشد و تلفات صرفنظر شود، توزیع اقتصادی بار بین دو نیروگاه را محاسبه کنید. حل:

$$IC_1 = \frac{\partial C_1}{\partial P_1} = 1 \quad IC_2 = \frac{\partial C_2}{\partial P_2} = 2$$

$$IC_1 < IC_2 \Rightarrow P_1 = P_1^{\max} = 3$$

$$P_2 = P_D - P_1 = 3 - 3 = 0 < P_2^{\min} \Rightarrow P_2 = P_2^{\min} = 0.5$$

$$P_1 = P_D - P_2 = 3 - 0.5 = 2.5$$

$$P_1^{\text{opt}} = 2.5 \quad P_2^{\text{opt}} = 0.5$$

266

## تمرین

- یک ژنراتور 50 درصد توان ماکزیم خود را توسط یک خط انتقال به باس بی نهایت می دهد. اتصال کوتاهی در سیستم رخ می دهد بطوریکه راکتانس بین ژنراتور و باس بی نهایت به 4 برابر مقدار آن در قبل از اتصال کوتاه می رسد. هنگامیکه اتصال کوتاه با قطع کلید مربوطه برطرف می شود، حداکثر توان انتقالی به 0.75 برابر توان ماکزیم اصلی می رسد. زاویه بحرانی رفع اتصال کوتاه را محاسبه کنید.

حل:

$$P_m = 0.50 P_{max}$$

$$\text{Pr e fault : } P_{e1} = P_{max} \sin \delta$$

$$\text{during _ fault : } P_{e2} = \frac{P_{max}}{4} \sin \delta = 0.25 P_{max} \sin \delta$$

$$\text{Post _ fault : } P_{e3} = 0.75 P_{max} \sin \delta$$

267

## تمرین

در یک سیستم قدرت با سه ژنراتور داریم:

$$P_{G1} = 60 IC_1 - 100 \quad \text{for } 50 \leq P_{G1} \leq 150$$

$$P_{G2} = 40 IC_2 - 150 \quad \text{for } 50 \leq P_{G2} \leq 150$$

$$P_{G3} = 40 IC_3 - 80 \quad \text{for } 50 \leq P_{G3} \leq 150$$

اگر بار کل سیستم 400 مگاوات باشد، توزیع اقتصادی بار بین سه ژنراتور را با روش تکرار  $\lambda$  و با شروع از  $\lambda=5$  بیابید.

حل:

$$IC_1 = IC_2 = IC_3 = \lambda$$

$$\begin{cases} P_{G1} = 60IC_1 - 100 = 60\lambda - 100 \\ P_{G2} = 40IC_2 - 150 = 40\lambda - 150 \\ P_{G3} = 50IC_1 - 80 = 50\lambda - 80 \end{cases}$$

268

ادامه حل:

$$\lambda = 5 \Rightarrow \begin{cases} P_{G1} = 60 \times 5 - 100 = 200 > P_{G1}^{\max} = 150 \Rightarrow P_{G1} = P_{G1}^{\max} = 150 \\ P_{G2} = 40 \times 5 - 150 = 50 \\ P_{G3} = 50 \times 5 - 80 = 170 > P_{G2}^{\max} = 150 \Rightarrow P_{G3} = P_{G3}^{\max} = 150 \end{cases}$$

$$\sum P_G = 150 + 50 + 150 = 350 < P_D = 400 \Rightarrow \text{increase } \lambda$$

$$\lambda = 6 \Rightarrow \begin{cases} P_{G1} = 60 \times 6 - 100 = 260 > P_{G1}^{\max} = 150 \Rightarrow P_{G1} = P_{G1}^{\max} = 150 \\ P_{G2} = 40 \times 6 - 150 = 90 \\ P_{G3} = 50 \times 6 - 80 = 220 > P_{G2}^{\max} = 150 \Rightarrow P_{G3} = P_{G3}^{\max} = 150 \end{cases}$$

$$\sum P_G = 150 + 90 + 150 = 390 < P_D = 400 \Rightarrow \text{increase } \lambda$$

$\lambda$	$\sum P_G$	
5	350	$\Rightarrow \lambda = 6.25$
6	390	
$\lambda$	400	

$$\lambda = 6.25 \Rightarrow \begin{cases} P_{G1} = 60 \times 6.25 - 100 = 275 > P_{G1}^{\max} = 150 \Rightarrow P_{G1} = P_{G1}^{\max} = 150 \\ P_{G2} = 40 \times 6.25 - 150 = 100 \\ P_{G3} = 50 \times 6.25 - 80 = 232.5 > P_{G2}^{\max} = 150 \Rightarrow P_{G3} = P_{G3}^{\max} = 150 \end{cases}$$

$$\sum_{269} P_G = 150 + 100 + 150 = 400 = P_D = 400 \Rightarrow \begin{cases} P_{G1}^{\text{opt}} = 150 \\ P_{G2}^{\text{opt}} = 100 \\ P_{G3}^{\text{opt}} = 150 \end{cases}$$

